

D

Dipartimento

S

Scienze

E

Economiche

# Quaderni di Didattica

Università  
Ca' Foscari  
Venezia

Dipartimento  
di Scienze  
Economiche

Giuliano Petrovich

Dino Rizzi

Preferenze individuali e  
preferenze collettive



## Preferenze individuali e preferenze collettive

**Giuliano Petrovich**

*Università Ca' Foscari Venezia*

**Dino Rizzi**

*Università Ca' Foscari Venezia*

**Giuliano Petrovich**

Dipartimento di Scienze Economiche  
Università Ca' Foscari di Venezia  
Cannaregio 873, Fondamenta S.Giobbe  
30121 Venezia - Italia  
T. (+39)041 2349190  
F. (+39) 041 2349176  
petrovich@unive.it

**Dino Rizzi**

Dipartimento di Scienze Economiche  
Università Ca' Foscari di Venezia  
Cannaregio 873, Fondamenta S.Giobbe  
30121 Venezia - Italia  
T. (+39)041 2349167  
F. (+39) 041 2349176  
dino.rizzi@unive.it

Stesura provvisoria.

Per indicare eventuali errori o imprecisioni scrivete a [dino.rizzi@unive.it](mailto:dino.rizzi@unive.it)

*I Quaderni di Didattica sono pubblicati a cura del Dipartimento di Scienze Economiche dell'Università di Venezia. I lavori riflettono esclusivamente le opinioni degli autori e non impegnano la responsabilità del Dipartimento. I Quaderni di Didattica vogliono promuovere la circolazione di studi ancora preliminari e incompleti, per suscitare commenti critici e suggerimenti. Si richiede di tener conto della natura provvisoria dei lavori per eventuali citazioni o per ogni altro uso*

I Quaderni di Didattica  
del Dipartimento di Scienze Economiche  
sono scaricabili all'indirizzo:  
<http://www.dse.unive.it/pubblicazioni/>  
Per contatti: [wp.dse@unive.it](mailto:wp.dse@unive.it)

Dipartimento di Scienze Economiche  
Università Ca' Foscari di Venezia  
Cannaregio 873, Fondamenta San Giobbe  
30121 Venezia Italia  
Fax: ++39 041 2349210

# 1. Preferenze individuali e preferenze collettive

## 1.1. La teoria pura della politica economica

### *L'autorità pubblica e la sfera economica*

La teoria economica ha cercato di dare una definizione scientifica al ruolo dell'autorità pubblica (stato, enti locali, altri enti con potere di regolamentazione) considerando un sistema economico come un complesso mondo di agenti in grado di produrre e scambiare beni e servizi.

Il problema del *cosa devono fare gli agenti del settore pubblico* e quelli del settore privato non risulta semplice perché su tale argomento agiscono variabili di tipo differente (attese sociali, costi, efficienza, scontri politici, ...) e perché il tema suscita spesso emozioni non razionali (le ideologie del *tutto allo stato* o del *tutto ai privati*).

L'analisi economica, tuttavia, ha manifestato fin dalla sua origine una preoccupazione di questo tipo (Schumpeter, 1954). Si è posta, cioè, tra i primi problemi, quale fosse la più opportuna organizzazione di una nazione per crescere economicamente. Le risposte sono state diverse e contrastanti con corsi e ricorsi storici di liberismo e interventismo (Galbraith, 1988).

Dopo la grande sistemazione keynesiana, che aveva esaltato forse troppo enfaticamente la funzione pubblica mista a quella privata, il dibattito attuale rimisura con poderosi apparati analitici i vantaggi e i limiti dell'azione pubblica (Lange, 1969). Si sono così riscoperti nuovi compiti (l'ambiente, la qualificazione professionale ed imprenditoriale, la diffusione delle tecnologie, l'integrazione sempre più vasta dei mercati).

D'altro lato si sono sollevate critiche e rilievi ad una attività troppo dilatata (debito pubblico, spesa pubblica improduttiva, servizi inefficienti, burocratismo) (Chrystal, 1987).

### *La razionalità in economia*

Le soluzioni economiche sono tanto più difficili teoricamente in quanto si vuol uscire da un problema moralistico o di scontro puramente politico. L'economia al servizio di finalità date esogenamente, senza spiegare le cause e gli effetti dei suoi meccanismi, interni si ridurrebbe al ruolo di semplice tecnica senza dignità di rigore scientifico. Questo era l'approccio della filosofia greca (Aristotele) dove vi era completa dipendenza della politica dall'etica. Nel Settecento si imposta con i classici una specifica ipotesi dei comportamenti individuali in economia, si è assunto cioè che la morale del *tornaconto personale* fosse alla base dei calcoli economici dei soggetti. In tal modo si è riusciti a dare - sia pur con perverse semplificazioni - una dimensione metodologicamente rigorosa alla scienza economica, disciplina con coerenze proprie, cioè con una sua razionalità permeabile al cambiamento e quindi falsificabile in senso popperiano, ma capace di una consequenzialità nell'ambito delle ipotesi poste. La scienza economica viene assunta inoltre come sperimentabile nell'ambito delle situazioni storiche analizzate. La critica recente ha rivisto questa posizione come una semplificazione perché assume l'etica utilitaristica individuale come assoluta. Un orizzonte temporale oltre la vita di un individuo pone problemi di convenienza collettiva che sfuggono al singolo (ambiente, debito pubblico, crescita demografica). La razionalità pertanto pone problemi di assunzione di valori collettivi e quindi un'etica sociale (Zamagni, 1982).

### *Approccio positivo e normativo in Tinbergen*

La teoria finanziaria distingue pertanto tra *analisi positiva*, che si propone il compito di definire le relazioni astratte tra fenomeni come oggettivamente tendono a formarsi, e quella *normativa*, che si orienta a produrre considerazioni scientifiche sugli effetti voluti da uno specifico intervento pubblico.

In linea teorica questo problema fu sistemato già nel 1954, dal primo premio Nobel per l'economica Jan Tinbergen (Aia, 1903), quando l'economista olandese ipotizzò il mondo delle relazioni tra fenomeni economici come un insieme di variabili legate tra loro da un sistema di equazioni lineari. Se esiste una soluzione stabile ed economicamente accettabile il sistema ammette un equilibrio di tipo walrasiano ed il mercato lasciato libero in grado di conseguirlo (Tinbergen, 1954). Questa è l'analisi *positiva*. Se la preferenza sociale è invece diversa e il sistema modificabile, l'inversione delle funzioni e una nuova definizione di variabili di manovra, consente il passaggio ad una strategia operativa di intervento. Si possono così ottenere soluzioni manovrando variabili strumentali per conseguire obiettivi fissati. Questa seconda è appunto l'analisi *normativa* e definisce l'esistenza e l'accettabilità di soluzioni negli strumenti di manovra.

### *I vari tipi di variabili*

L'analisi di Tinbergen individua vari tipi di *fenomeni* che dall'eccezionale complessità della realtà possono venir isolati ed assunti a fattori rilevanti per l'analisi economica. Questi sono supposti come *misurabili e valutabili come variabili*.

Principalmente sono di due tipi: variabili *endogene*, o dipendenti all'interno di una struttura di relazioni funzionali che contengono ipotesi sulle connessioni dei fatti in esame, e variabili *esogene* o indipendenti, che vengono assunte come date o vengono fatte muovere all'interno di un dominio determinato. Si ha così un *modello descrittivo* della realtà economica, che stilizza alcuni fatti ritenuti più influenti e semplifica le relazioni esistenti con delle ipotesi teoriche (di comportamento, di vincolo, di tipo istituzionale, di equilibrio, di semplice definizione).

Una parte delle variabili endogene può venir considerata *obiettivo*, un'altra parte *irrilevante*; una parte delle variabili esogene può venir considerata *strumento*, una parte *dati*.

La politica economica, di cui la finanza pubblica non sarebbe che una parte, si propone come scienza di intervento dell'operatore pubblico e consiste nel fissare gli obiettivi, che la società desidera conseguire, ed invertire le funzioni in modo da esprimere le variabili strumentali, come incognite in funzioni di dati, variabili irrilevanti, obiettivi fissati. La soluzione di questo sistema di incognite esplicita la strategia necessaria all'operatore pubblico per conseguire le sue finalità (modello di strategia).

### *La politica fiscale come strumento di politica economica*

Se l'operatore pubblico, quindi, si propone di manovrare imposte e spese pubbliche (*fiscal policy*) per conseguire alcune finalità prefissate (pieno impiego, stabilità, sviluppo economico, equilibrio dei conti con l'estero, attenuazione dei divari territoriali, miglioramento dell'ambiente, maggior efficienza, maggior equità distributiva, ...) la metodologia corretta presuppone un percorso di questo tipo.

Ulteriori complicazioni sorgono quando non vengono fissati degli obiettivi ma vengono proposte soltanto delle funzioni di preferenza sociale, dette *funzioni del benessere sociale* con variabili obiettivo e strumenti insieme, e quando vengono simulate situazioni diverse con tecniche raffinate (teoria dei giochi).

Lo schema molto noto con il nome di *teoria pura della politica economica* fornisce una definizione rigorosa dell'intervento pubblico in economia. Si distingue un *approccio positivo* che individua le relazioni dei modelli descrittivi, ed un *approccio normativo*, che ne studia le possibili modificazioni.

### *L'analisi positiva e normativa nell'economia pubblica*

Nella teoria della *scienza delle finanze* secondo l'approccio più recente e più ampio (cosiddetta *teoria dell'economia pubblica*) questa distinzione è più difficile in quanto in ogni caso si tratta di misurare gli effetti di un intervento pubblico su una situazione di equilibrio più o meno operante. Il tentativo quindi è quello di definire l'*analisi positiva* come la ricerca del ruolo dell'autorità pubblica nelle astratte condizioni di presenza per fornire beni e servizi (non necessariamente prodotti al proprio interno). Lo Stato quindi è un agente che produce particolari tipi di beni. L'*analisi normativa* sarebbe invece la ricerca di una soluzione ottimale ed efficiente di intervento pubblico in presenza di un sistema specifico e storicamente caratterizzato di preferenze sociali (Brosio, 1993).

La distinzione non è certo convincente né accettata da tutti. Per molti si tratta di una sistemazione teorica tradizionale e un po' desueta e tendono a definire i due tipi di analisi in base solo alle questioni storicamente analizzate sotto tali etichette. Si può così individuare una *analisi positiva* che ha studiato i beni pubblici, le reazioni del settore privato all'azione pubblica e le forze politiche e sociali che hanno determinato strutture ed istituzioni pubbliche (Petretto, 1989). L'*analisi normativa*, invece, avrebbe prevalentemente valutato la congruità dell'azione pubblica, il concetto di efficienza, la distribuzione ottimale tra beni pubblici e privati (modelli di Samuelson e Lindhal), i limiti del mercato. I due termini assumerebbero quindi un significato più ampio di *positivo = conoscitivo* e *normativo = di intervento* ed individuano dei *corpi* di problemi più complessi. In tal senso la distinzione controversa e forzata ha valore soltanto di sistemazione didattica, non troppo di analisi teorica.

## **1.2 Le diverse competenze dello Stato**

### *Ideologia e istituzioni*

Il dibattito sul ruolo dello Stato in economia fa parte di un contrastato problema politico. È stato autorevolmente sostenuto che la scelta della forma istituzionale di uno Stato deriva dall'ideologia alla base della sua Costituzione: un'ideologia autoritaria comporterà una struttura economica a ristretta area di libertà per il mercato (Robinson, 1966).

Tuttavia si può teoricamente constatare l'esistenza di infinite aree di capacità di intervento dello Stato, con combinazioni di libertà politiche e libertà economiche non coincidenti. Storicamente vi sono state molte forme di economia all'interno di una ispirazione ideologica. Diversi gradi di libertà di mercato sono stati presenti in periodi diversi di tempo (guerre, crisi, benessere) in uno stesso Stato con una medesima Costituzione.

L'approccio ideologico quindi appare importante ed essenziale per definire un ruolo dell'apparato pubblico nell'economia, ma non può venir considerato definitivo, né esclusivo.

### *I modelli obiettivi-strumenti*

Un approccio alternativo fondato sulle sole considerazioni di opportunità economica è stato quello fornito da Tinbergen agli inizi degli anni '50. Un sistema economico è stato pensato come un insieme di agenti con autonomia decisionale e un insieme di decisioni economiche (beni). Nel caso che un solo soggetto (lo Stato) prenda tutte le decisioni in materia economica (tutti gli strumenti sono manovrati in forma accentrata dall'autorità pubblica) si presenta la configurazione di un sistema economico *centralmente pianificato*. Nel caso ogni operatore prenda una sola decisione su di un solo bene (tutti gli strumenti sono manovrati in forma decentrata dai singoli operatori che perseguono propri obiettivi di utilità) si presenta la configurazione della massima libertà. La scelta tra le due configurazioni non è solo ideologica, ma può venir studiata in base agli effetti che un singolo agente provoca sugli obiettivi di un altro agente.

### *Il decentramento ottimale*

Il modello, ideato per dimostrare l'opportunità di un parziale accentramento delle politiche economiche a livello sovranazionale, conclude che è opportuno accentrare tutte le decisioni di tipo *supporting* (che influenzano positivamente le funzioni obiettivo degli altri agenti) e *conflicting* (che influenzano negativamente le funzioni obiettivo degli altri agenti). E' opportuno invece che vengano decentrate le decisioni *neutrali* (che non influenzano le funzioni obiettivo degli altri agenti) almeno fino al limite di esistenza di economie di scala.

L'analisi, come quasi tutte quelle di teoria pura della pianificazione, presenta il limite di non considerare l'incertezza e di dare per note e determinate le funzioni obiettivo dei singoli operatori. Per dare agilità di soluzione, poi, viene spesso ipotizzata l'uguaglianza delle funzioni di utilità individuali, che risulta una restrizione molto forte.

### *I modelli della teoria del benessere*

La teoria del benessere ha cercato tuttavia di dare delle risposte anche nel caso di funzioni di utilità diverse.

Si supponga che un'autorità di governo ricerchi un suo ruolo in una comunità di individui, con note preferenze sociali. Siano tali preferenze per i vari  $N$  tipi di beni  $x$ , beni esprimibili per ciascun  $h$ -esimo individuo tra gli  $H$  componenti della collettività con funzioni di utilità individuali del tipo:

$$(1) \quad U^h(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N)$$

L'autorità di governo può oscillare da un impegno molto blando, come quello di assicurare solo alcuni servizi minimali e lasciare ai singoli individui piena libertà (*Stato minimale* o utopia anarchica di Nozick) fino alla pianificazione centralizzata dove tutte le decisioni economiche vengono prese dall'autorità di governo (*Stato totalitario*). All'interno di queste categorie estreme lo Stato può decidere di fornire i servizi che tutti i cittadini richiedono (*criterio paretiano*), oppure fornire i servizi richiesti da una maggioranza o da minoranze particolari (*criteri welfaristici*), oppure ancora servizi ritenuti utili con una decisione del tutto autonoma senza preoccupazione di verifiche con le volontà dei singoli (Atkinson-Stiglitz, 1980)

### *I modelli istituzionali*

In questo caso si possono rappresentare diversi criteri con crescente rigidità dei giudizi di valore:

- *stato minimale (anarchia)*
- *criteri paretiani (liberismo di tipo individualista)*
- *criteri non paretiani (liberismo welfaristico)*
- *stato etico (statalismo parziale)*
- *pianificazione globale (statalizzazione integrale)*

dove si passa dai livelli molto ristretti di presenza pubblica fino alle generalità delle decisioni in materia economica presa dallo Stato (Petretto, 1989).

Il criterio di scelta è ovviamente di tipo politico e delinea una configurazione istituzionale e una politica della spesa di tipo differente. La letteratura economica, tuttavia, ha cercato con la teoria del benessere di dar risposte rigorosamente coerenti a premesse di preferenza collettiva dette appunto *funzioni di benessere*. Queste funzioni esplicitano la preferenza collettiva per i vari tipi di beni e possono considerare le funzioni di utilità dei singoli cittadini.

### *Obiettivi e utilità nei diversi tipi di Stato*

Nel caso più semplice di Stato minimale, che delinea appunto una ipotesi utopistica di tipo anarchico, le competenze pubbliche si riducono ad un solo bene, che Nozick individua nell'ordine pubblico, cioè nella "*protezione contro la violenza, la frode, il furto*". La funzione del benessere sociale assume la forma del tipo:

$$(2) \quad W = W(x_1)$$

Com'è facile constatare vi è un solo obiettivo della collettività, tutte le altre decisioni sulle quantità producibili e scambiabili degli altri  $N-1$  beni sono affidate alle scelte dei singoli cittadini attraverso le funzioni di utilità individuali.

Nel caso più completo di Stato totalitario con pianificazione totale, tutte le decisioni sono prese in forma assolutista dal potere centrale. La funzione di benessere assume la forma:

$$(3) \quad W = W(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N)$$

in cui le quantità di tutti gli  $N$  beni vengono determinate dal solo potere dello Stato centrale. Nel caso di convivenza di decisioni pubbliche e private il governo, nel prendere decisioni, considera anche le preferenze dei cittadini con compresenza di preferenze dei singoli e preferenze collettive. Le funzioni di benessere si presentano nella forma:

$$(4) \quad W = W(x_1, \dots, x_m, U^1, \dots, U^h, \dots, U^H)$$

dove  $m < N$  il numero dei beni decisi dall'autorità centrale e  $U^h$  con  $h=1, \dots, H$  sono le funzioni di utilità individuali.

### *Significato e utilità degli schemi esposti*

Lo schema formale indica alcune possibilità di definire delle combinazioni di comportamento pubblico più o meno penetrante: non vi sono giudizi di merito sull'opportunità di tale grado di statalizzazione. Una scelta di questo tipo viene demandata alla politica, che esprime delle preferenze ideologiche e sociali. E' l'analisi positiva che tenta di rispondere al problema del *quanto è astrattamente utile* e quella normativa che si chiede *quanto è concretamente opportuno e come farlo* entrando nel merito del problema.

Si prenda l'esempio della scuola. Se una società ritiene l'istruzione pubblica un valore etico pretenderà la produzione di questo bene da parte del settore pubblico. Il bene istruzione tuttavia, potrebbe venir fornito in forma analoga anche dal settore privato, quindi ci si può chiedere se tale bene sia utilmente producibile dal settore pubblico, oppure da quello privato oppure da entrambi in combinazioni diverse. Tale decisione può venir demandata ai singoli cittadini in base alle loro preferenze.

Gli schemi possono quindi servire a due principali obiettivi.

Il primo è quello di dare un significato economico ai diversi regimi politici: uno Stato è tanto più accentratore quante più decisioni sui beni prende (direttamente o indirettamente). Al polo opposto lo Stato meno accentratore prende poche decisioni sui beni e rispetta la sfera del privato.

Il secondo obiettivo è quello di misurare quanto l'azione pubblica rispetti le preferenze degli individui, che potrebbero per loro scelta volere uno Stato molto presente. In questo caso il problema diventa metodologico: cioè come decidere quali beni lo Stato deve produrre per rendere più felici i cittadini.

### **1.3 Unanimità ed efficienza paretiana**

#### *La teoria di Pareto*

Vilfredo Pareto (Parigi, 1848 - Ginevra, 1923) è forse storicamente la figura di origine italiana più citata nella letteratura economica ed il suo contributo scientifico è ritenuto fondamentale. Il suo famoso schema di analisi della teoria del consumatore suppone che il singolo individuo abbia un reddito da poter spendere tra i vari tipi di beni. La teoria paretiana dimostra che la convenienza individuale consiste nell'acquistare quantità di beni diversi in modo da livellare l'utilità marginale di ciascun bene, ponderata con il prezzo.

Quanto più cresce l'importanza attribuita da un individuo ad un certo bene - a parità di prezzo - tanto più l'individuo chiederà quantità maggiori di quel bene e - se il reddito è fisso - quantità minori degli altri beni. Se la funzione dell'utilità marginale è decrescente rispetto alle quantità dei singoli beni richiesti, si avrà una nuova uguaglianza (livellamento) delle utilità marginali ponderate.

La genialità di questo schema è stata quella di dare una spiegazione alle variazioni della legge di domanda, che normalmente viene assunta come un dato esogeno nell'analisi economica.

Il criterio paretiano, che aveva dominato il pensiero neoclassico, è stato di recente riproposto come interpretazione delle scelte collettive, cioè come ricerca di una unanime convenienza di spesa pubblica, da parte di un insieme di soggetti con proprie preferenze.



### *Il criterio di Pareto*

In una collettività composta da  $H$  individui, date singole funzioni di utilità individuale  $U^h(x^h)$  con  $h=1,2,\dots,H$ , ordinali e non confrontabili, definite sul paniere individuale di beni  $x^h = \{x_1^h, \dots, x_N^h\}$ , si dice *stato dell'economia* l'insieme dei panieri dei singoli individui:

$$(5) \quad x = \{x^1, \dots, x^h, \dots, x^H\}$$

Uno stato dell'economia  $x^*$  è efficiente secondo Pareto se non esiste alcun altro stato dell'economia  $x^+$  tale che:

$$(6) \quad U^h(x^+) \geq U^h(x^*)$$

per tutti gli individui  $h=1,\dots,H$ .

Il criterio di Pareto può essere utilizzato per identificare le scelte della collettività sulla base delle funzioni di utilità dei singoli. A questo scopo si possono definire due criteri di Pareto: una versione *forte* e una versione *debole*.

### *Scelta collettiva con la versione forte del criterio di Pareto*

Applicando il criterio di Pareto è possibile trovare un modo di tradurre le preferenze degli individui in preferenze della collettività. Il criterio di Pareto nella versione *forte* recita:

*la collettività sta meglio nello stato  $Y$  dell'economia rispetto allo stato  $X$  se almeno qualcuno dei suoi membri sta meglio e nessuno sta peggio*

Formalmente, lo stato  $Y$  è preferito dalla collettività allo stato  $X$  con il criterio forte di Pareto se:

$$(7) \quad U^h(Y) \geq U^h(X)$$

per tutti gli individui  $h \neq k$ , e per almeno un individuo  $k$ :

$$(8) \quad U^k(Y) > U^k(X)$$

### *La versione debole del criterio di Pareto*

Nella versione *debole* il criterio di Pareto il seguente:

*la collettività sta meglio nello stato  $Y$  dell'economia rispetto allo stato  $X$  se tutti stanno meglio nello stato  $Y$ .*

Formalmente, lo stato  $Y$  è preferito dalla collettività allo stato  $X$  con il criterio *debole* di Pareto se:

$$(9) \quad U^h(Y) > U^h(X)$$

per tutti i membri  $h=1,\dots,H$  della collettività.

### *Criterio di Pareto e votazioni*

Nell'impossibilità di comparare le utilità degli individui, un modo per identificare le preferenze della collettività è dato dalla votazione. Si chiede ad ogni individuo di esprimere un voto a favore dello stato dell'economia che preferisce.

Si assume quindi che un individuo  $h$ :

- a) voti a favore dello stato  $Y$  se  $U^h(Y) > U^h(X)$
- b) voti a favore dello stato  $X$  se  $U^h(X) > U^h(Y)$
- c) si astenga dalla votazione se  $U^h(X) = U^h(Y)$

Il criterio debole di Pareto richiede che tutti i membri della collettività preferiscano lo stato  $Y$  allo stato  $X$  per poter dire che la collettività preferisce lo stato  $Y$ . In termini di votazioni, si richiede che tutti votino per lo stato  $Y$  e che nessuno voti per lo stato  $X$ . Quello che si richiede è un voto all'*unanimità* a favore di  $Y$ .

Con il criterio forte di Pareto, invece, si accettano anche esiti diversi dall'unanimità, purché si contino solo voti a favore di  $Y$  oppure astensioni.

In entrambi i casi, un solo voto contrario porta alla conclusione che la collettività nel suo insieme *non preferisce* lo stato dell'economia votato. Ogni membro della collettività ha dunque un *diritto di veto*.

### *Interpretazione del criterio di Pareto*

Se una collettività è composta da individui che, nella scelta tra lo stato dell'economia  $Y$  e lo stato dell'economia  $X$ , votano all'unanimità a favore di  $Y$ , allora possiamo dire che la collettività preferisce  $Y$  a  $X$ .

In questo caso, si dice che:

*Y è superiore a X secondo il criterio di Pareto*

oppure che:

*X è inferiore a Y secondo il criterio di Pareto*

Nel caso in cui l'unanimità non sia raggiunta per nessuno degli stati, per cui  $X$  non è né superiore né inferiore a  $Y$ , allora si dice che:

*X e Y sono non comparabili secondo il criterio di Pareto.*

Se tutti i membri della collettività sono indifferenti tra due stati dell'economia  $X$  e  $Y$ , allora si dice che:

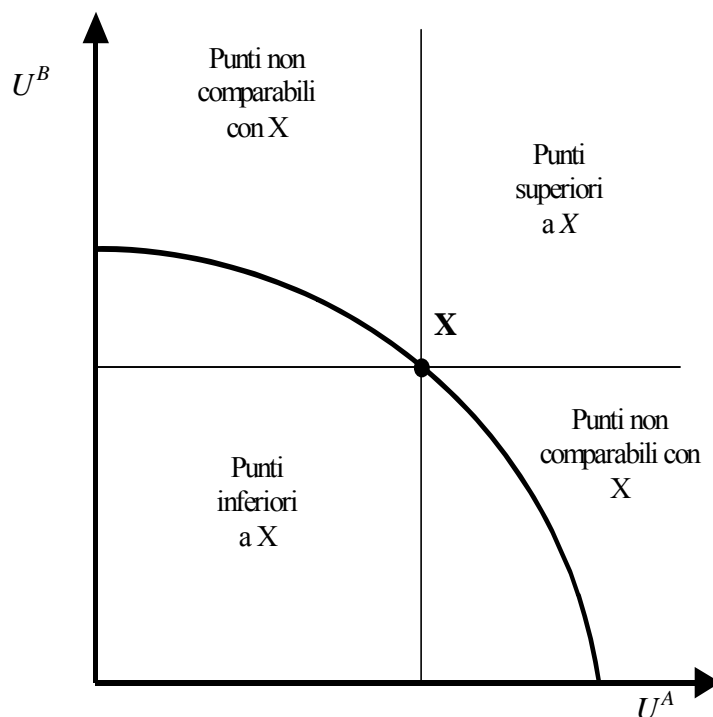
*X e Y sono indifferenti secondo il criterio di Pareto.*

Uno stato dell'economia  $X$  viene detto *ottimo* secondo Pareto se non esistono altri stati superiori.

Utilizzando la curva delle possibilità di utilità si possono rappresentare i vari casi descritti. La curva delle possibilità di utilità riassume tutti i punti della curva dei contratti di una scatola di Edgeworth, date le dotazioni totali di beni.

Nella figura 1 sono rappresentati i livelli di utilità di due individui A e B che formano una collettività. Il punto X sulla curva delle possibilità di utilità mostra un qualsiasi stato dell'economia  $(U^A, U^B)$ . Tracciando una linea verticale ed una orizzontale passanti per il punto X identifichiamo quattro porzioni del piano delle utilità.

Figura 1 – *Curva delle possibilità di utilità e criterio di Pareto*



La parte del piano in alto a destra di X racchiude tutti i punti in cui almeno uno dei due individui ha una utilità superiore, quindi tutti i punti *superiori* a X secondo Pareto.

La porzione di piano in basso a sinistra di X comprende punti in cui almeno uno dei due individui ha un livello di utilità inferiore, quindi in questa porzione ci sono tutti i punti *inferiori* a X secondo il criterio di Pareto.

Tutti gli altri punti sono non comparabili con X, in quanto sono caratterizzati dall'aver una delle due utilità maggiore e l'altra inferiore rispetto al punto X. E' da notare che tutti i punti sulla curva delle possibilità di utilità sono *non comparabili* tra di loro. Inoltre sono tutti punti *ottimi* secondo Pareto poiché non esistono punti superiori a loro tra quelli possibili, cioè tra quelli compresi nell'insieme al di sotto della curva delle possibilità. In altre parole, si può dire che:

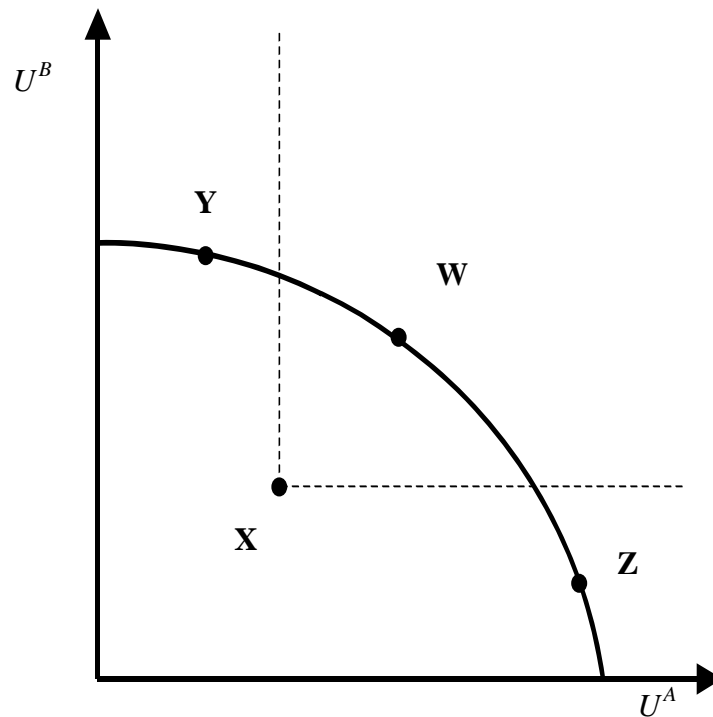
*uno stato dell'economia è ottimo se non è possibile aumentare l'utilità di un individuo senza diminuire l'utilità di qualche altro.*

Dalla figura 2 possiamo vedere che una collettività potrebbe decidere all'unanimità di passare da uno stato dell'economia X allo stato W, mentre il passaggio da X al punto Y sarebbe ostacolato dall'individuo A (in quanto diminuirebbe la sua utilità) e il passaggio al punto Z otterrebbe il voto contrario dell'individuo B.

Un analogo esercizio del diritto di veto da parte di uno dei due individui impedisce alla collettività di spostarsi da un punto di ottimo ad un altro.

In conclusione, il criterio di Pareto può essere utilizzato come regola di decisione collettiva solo se sono possibili miglioramenti, o non peggioramenti, per tutti gli individui. Nello schema della figura 2, il criterio di Pareto è utilizzabile finché si tratta di passare da punti inefficienti, come il punto X, a punti che stanno sulla curva delle possibilità di utilità, ma non permette una scelta collettiva tra punti efficienti.

Figura 2 – *Criterio di Pareto e scelte collettive*



*Esempi di applicazione del criterio di Pareto*

L'attualità di questa analisi si riscontra negli organismi internazionali dove non esiste una sovranità sovranazionale e quindi le decisioni possono venir prese solo se tutti gli aderenti sono consenzienti. Se tutti gli aderenti riscontrano vantaggi da una decisione questa può venir adottata all'unanimità.

Una spesa per la difesa dell'ambiente può venir decisa se tutti i cittadini si dichiarano favorevoli (o non contrari) anche se poco sono conosciute le preferenze dei vari cittadini per i diversi tipi di spesa.

Una spesa per un'autostrada potrà trovare un largo consenso, ma anche l'opposizione dei cittadini che non viaggiano in automobile o che ritengono la spesa un deturpamento del paesaggio. Secondo il criterio paretiano questa spesa non va sostenuta perché non migliora l'utilità di tutti gli individui, ma solo di una parte di essi e provoca disutilità in altri.

**1.4 I teoremi fondamentali dell'economia del benessere**

Un importante risultato della teoria economica collega la definizione di efficienza paretiana con gli equilibri che si formano in un contesto di equilibrio economico generale. Per semplicità, sono qui riportate le ipotesi che si riferiscono ad una economia

di solo scambio. L'introduzione della produzione rende più completa l'analisi ma non modifica i risultati.

La teoria dell'equilibrio economico generale arriva a dimostrare che, date alcune ipotesi, *esiste un equilibrio walrasiano*. Le ipotesi fondamentali che permettono di raggiungere questo risultato sono:

- a) esistenza di mercati competitivi, per cui tutti i consumatori accettano i prezzi di mercato e non sono in grado di influenzarli direttamente;
- b) concavità, continuità e monotonicità delle funzioni di utilità;
- c) mancanza di effetti esterni (esternalità), quali interdipendenze tra le funzioni di utilità;
- d) mancanza di differenze tra gli agenti per quanto riguarda le informazioni a loro disposizione.

Un equilibrio walrasiano è definito dal vettore di beni prodotti e scambiati e dal vettore di prezzi,  $(x^*, p^*)$ , tali che ciascun agente soddisfa il proprio vincolo di bilancio e non può aumentare la sua utilità attraverso ulteriori scambi di beni. Questo significa che in tutti i mercati dei beni si sono formati dei prezzi per cui la domanda eguaglia l'offerta.

Formalmente si può dire che una coppia di vettori delle quantità e dei prezzi  $(x, p)$  è un equilibrio walrasiano se:

- a) le quantità  $x$  sono presenti nell'economia, cioè  $x$  è un punto nella scatola di Edgeworth;
- b) per ogni agente  $h$ , se un altro paniere  $x'_h$  è preferito al paniere  $x_h$ , allora il paniere preferito non può essere acquistato:  $px'_h \geq p\bar{x}_h$  (in cui  $\bar{x}_h$  è il paniere delle dotazioni iniziali).

#### *Il primo teorema fondamentale dell'economia del benessere*

Dal contesto appena ricordato di equilibrio economico generale, una volta certi che un equilibrio esiste, segue immediatamente il seguente teorema:

*se  $(x, p)$  è un equilibrio walrasiano, allora  $x$  è ottimo secondo Pareto.*

Il teorema deriva direttamente dalla definizione di punto ottimo secondo Pareto e, pertanto, è correlato solo ad un concetto di *efficienza* nello scambio. Non vi è invece implicato alcun concetto di *desiderabilità* o *equità* dell'equilibrio raggiunto. Ritornando alla figura 2, tutti i punti della curva dei contratti sono ottimi secondo Pareto, anche quelli che toccano gli assi, in cui uno solo dei due individui gode della massima utilità possibile con le risorse a disposizione, mentre l'altro è al livello minimo.

#### *Il secondo teorema fondamentale dell'economia del benessere*

I punti ottimi secondo Pareto della curva delle possibilità di utilità sono ottenuti partendo da diverse distribuzioni delle dotazioni iniziali. Nella scatola di Edgeworth, infatti, i punti sulla curva dei contratti sono ottenuti variando la divisione tra i due consumatori dell'ammontare totale della quantità dei due beni.

Ad esempio, i punti posti sulle origini della scatola di Edgeworth appartengono anche alla curva dei contratti e, nella curva delle possibilità di utilità, questi corrispondono ai punti posti sugli assi. Questi punti corrispondono ad una dotazione iniziale che assegna

tutta la quantità di ogni bene ad un solo agente. Poiché uno dei due non possiede niente da scambiare, allora tale dotazione iniziale è anche un punto in cui nessuno può aumentare l'utilità mediante scambi sul mercato ed è, quindi, un equilibrio walrasiano e un punto ottimo secondo Pareto.

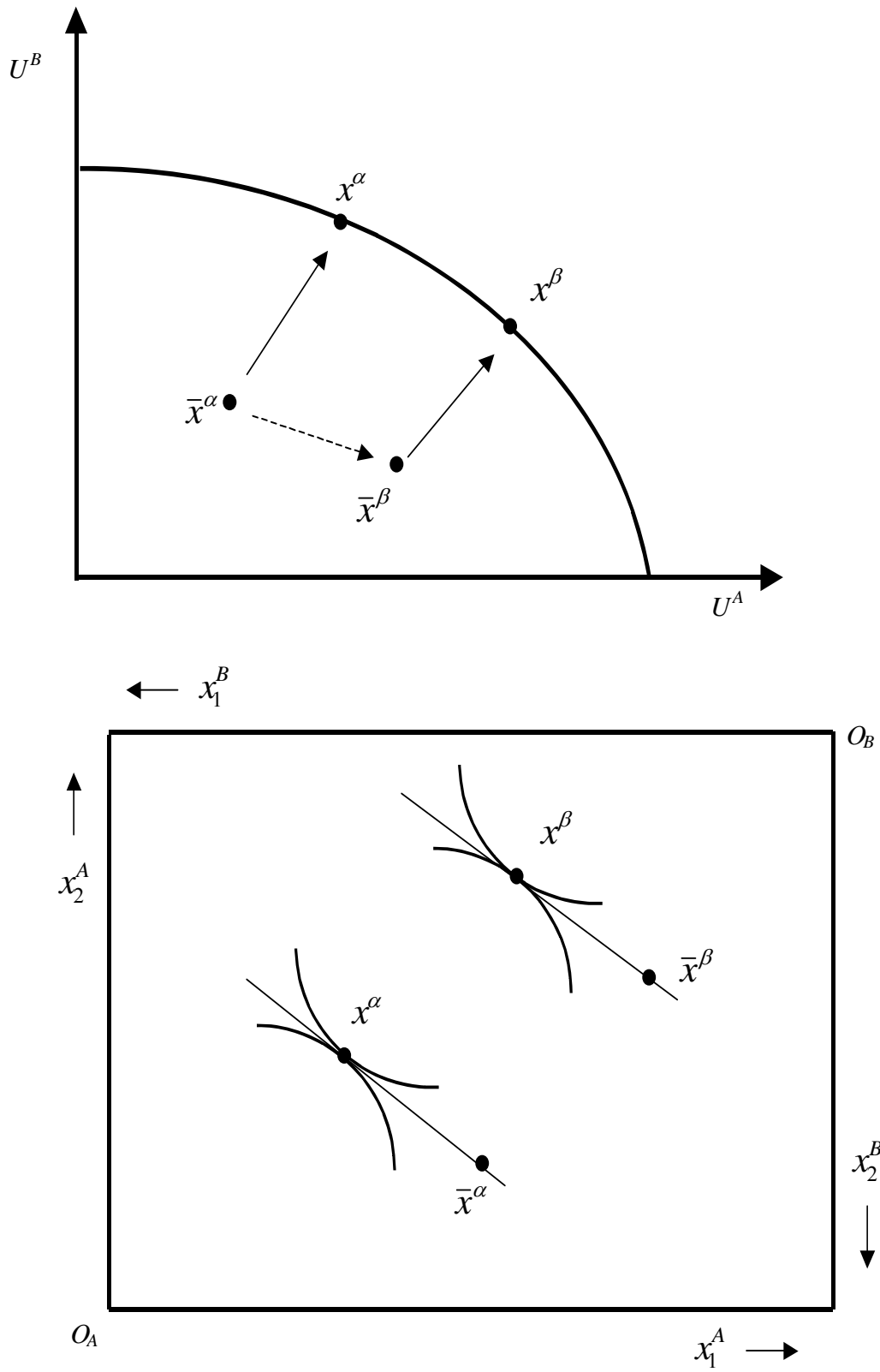
Per costruzione, ciascun punto sulla curva dei contratti o sulla curva delle possibilità di utilità corrisponde ad una determinata distribuzione delle dotazioni iniziali. A partire da questa osservazione è possibile enunciare il *secondo teorema dell'economia del benessere*:

*ogni punto ottimo secondo Pareto può essere raggiunto con un mercato competitivo.*

Da questo teorema deriva che se si desidera raggiungere un particolare punto ottimo secondo Pareto, è sufficiente redistribuire le dotazioni iniziali nel modo appropriato e poi lasciare al mercato il raggiungimento del risultato voluto. L'unica condizione che bisogna ipotizzare è che la redistribuzione delle dotazioni iniziali possa avvenire senza costi.

Nella figura 3 il punto ottimo  $x^{\alpha}$  è raggiunto a partire dalla dotazione  $\bar{x}^{\alpha}$ . È possibile raggiungere il punto ottimo  $x^{\beta}$  se si toglie una parte della dotazione iniziale dell'individuo  $B$  per assegnarla all'individuo  $A$ , fino a raggiungere il punto  $\bar{x}^{\beta}$  nella scatola di Edgeworth. Da quel punto, infatti, il normale meccanismo del mercato concorrenziale porterà alla soluzione voluta.

Figura 3 – Il secondo teorema dell'economia del benessere



## 1.5 Il benessere sociale

### *L'ordinamento del benessere sociale*

Come si è visto, il criterio paretiano non mette sempre una collettività in grado di compiere delle scelte. In tutti i casi di non comparabilità, il criterio di Pareto non dà un'indicazione di scelta.

Se si vuole ottenere una classificazione dei possibili stati dell'economia è necessario dotarsi di un *ordinamento del benessere sociale (OBS)*. Essenzialmente quello che si vuole è una descrizione delle preferenze collettive analoga a quella che viene ipotizzata per un singolo individuo.

Per *ordinamento del benessere sociale* si intende una classificazione dei possibili stati dell'economia dotata delle seguenti proprietà:

- a) *completezza*: uno stato dell'economia può essere sempre comparato con altri;
- b) *transitività*: se uno stato dell'economia  $X$  è preferito a  $Y$  e  $Y$  è preferito a  $Z$ , allora la collettività deve preferire  $X$  a  $Z$ ;
- c) *riflessività*: deve essere possibile comparare uno stato dell'economia con se stesso.

Una rappresentazione delle preferenze collettive necessita inoltre di qualche *giudizio di valore*, cioè di assunzioni che non possono essere definite vere o false ma che rappresentano delle *convinzioni etiche* che si vogliono introdurre nell'analisi.

L'assunzione etica dell'*individualismo*, ad esempio, è spesso utilizzata nello studio dell'economia. Nel presente contesto, in base all'individualismo si impone che le preferenze dei membri della collettività stiano alla base delle scelte sociali.

Anche il criterio di Pareto è un'assunzione di tipo etico, ma si è visto che non porta ad un ordinamento completo degli stati dell'economia: ci sono dei casi in cui si arriva alla non comparabilità delle alternative.

Definiamo, poi, *regola di scelta sociale (RSS)* il modo con il quale le preferenze individuali dei membri di una collettività vengono aggregate.

### *La funzione del benessere sociale*

Se le preferenze individuali sono rappresentate da funzioni di utilità continue, allora, in modo analogo alle preferenze individuali rispetto ai panieri di beni, le preferenze collettive possono essere rappresentate da una funzione che fa corrispondere un valore numerico a ciascuno stato dell'economia, basandosi sull'utilità goduta da ognuno. La regola di scelta sociale, in questo caso, è detta *funzione del benessere sociale (FBS)* ed è rappresentabile nel modo seguente:

$$(10) \quad W(X) = W[U^1(X), \dots, U^H(X)]$$

in cui  $X$  rappresenta uno stato dell'economia. Si assume che la funzione sia definita nello spazio delle utilità, che sia monotona con derivata positiva rispetto alle utilità ( $\partial W / \partial U^h \geq 0$ ) e che ogni funzione di utilità dipenda solo dal paniere di beni in  $X$  che viene consumato dall'individuo.

Se si assume anche che la funzione del benessere sociale incorpori il criterio forte di Pareto, allora si possono definire le seguenti relazioni:

- a) *preferenza*, se

$$U^h(X) > U^h(Y), h=1, \dots, H \Rightarrow X \mathcal{R}_S Y \Rightarrow W(X) \geq W(Y)$$



in cui  $\mathcal{R}_S$  significa: *è buono per la società almeno quanto*.

b) *indifferenza*, se

$$U^h(X) = U^h(Y), h=1, \dots, H \Rightarrow X \mathcal{I}_S Y \Rightarrow W(X) = W(Y)$$

in cui  $\mathcal{I}_S$  significa: *è buono per la società tanto quanto*.

Oltre alla definizione di indifferenza proveniente dal criterio di Pareto, con una funzione di benessere sociale è possibile individuare una condizione di indifferenza anche se non tutti i membri sono indifferenti tra due stati dell'economia. Se ipotizziamo, analogamente alla funzione di utilità per un individuo, che la funzione del benessere sociale sia concava, allora possiamo costruire delle *curve di indifferenza sociale*.

Tali curve (figura 4) riuniscono le combinazioni di utilità degli individui che danno luogo allo stesso livello di benessere sociale. Se fissiamo il livello di benessere sociale  $W_0 = W(U^A, U^B)$  (per semplicità fissiamo anche  $H=2$ ), il differenziale totale:

$$(11) \quad 0 = \frac{\partial W}{\partial U^A} dU^A + \frac{\partial W}{\partial U^B} dU^B$$

può essere riscritto come:

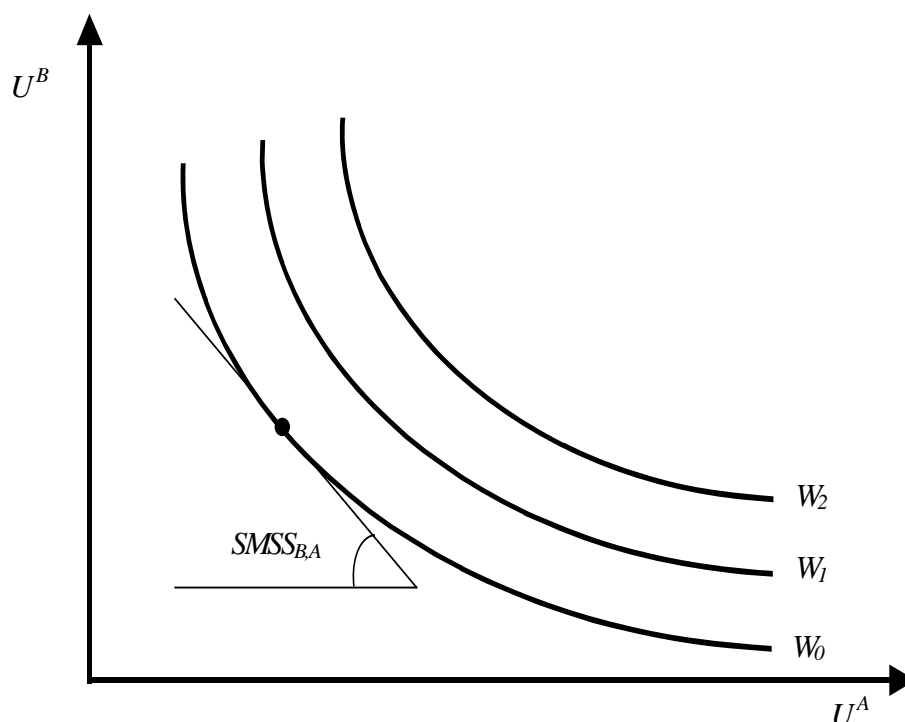
$$(12) \quad \frac{\partial U^B}{\partial U^A} = - \frac{\partial W / \partial U^A}{\partial W / \partial U^B} = SMSS_{A,B}$$

che è la pendenza della curva di indifferenza sociale. Se definiamo  $\partial W / \partial U^h \geq 0$  come il *benessere sociale marginale* dato dall'utilità dell'individuo  $h$ , allora la pendenza delle curve di indifferenza sociale è negativa e quindi queste risultano inclinate negativamente nello spazio delle utilità. L'inclinazione delle curve di indifferenza sociale, che equivale al rapporto tra il benessere sociale marginale di due individui, è detta *saggio marginale sociale di sostituzione (SMSS)*.

All'aumentare del benessere sociale, le curve di indifferenza sociale si allontanano dall'origine, per cui nella figura 4:

$$W_0 < W_1 < W_2$$

Figura 4– Curve di indifferenza sociale



Come accennato sopra, la forma delle curve di indifferenza sociale dipende dall'ipotesi di concavità della funzione del benessere sociale. Il significato di tale ipotesi è che il benessere sociale aumenta sempre meno all'aumentare del benessere di un individuo: quindi il *benessere sociale marginale è decrescente*. Detto in altre parole, questo significa che lo stesso aumento di utilità per un individuo non ha dà luogo ad uno stesso aumento di benessere sociale se i livelli di partenza sono diversi. L'aumento di utilità di un *povero* (individuo a basso livello di utilità) dà luogo ad un aumento di benessere sociale superiore rispetto allo stesso aumento di utilità goduto da un *ricco* (individuo ad elevato livello di utilità). Per rimanere sulla stessa curva di indifferenza sociale la diminuzione di utilità per un povero deve essere compensata da un aumento molto più elevato per il ricco, da cui la forma convessa delle curve di indifferenza.

#### *Il welfarismo*

Un particolare insieme di condizioni imposte alle funzioni del benessere sociale va sotto il nome di *welfarismo*.

L'insieme di condizioni imposte il seguente:

- a) *neutralità forte*: solo le informazioni derivanti dalle funzioni di utilità degli individui sono rilevanti ai fini della misurazione del benessere sociale. Non è preso in considerazione, ad esempio, il modo con il quale gli individui hanno ottenuto il loro livello di benessere;
- b) *universalità*: qualsiasi vettore di utilità è ammissibile per valutare il benessere sociale;
- c) principio di Pareto;
- d) *indipendenza dalle alternative irrilevanti*: le alternative non considerate non devono influenzare la scelta tra due stati.

Le funzioni del benessere sociali che rispondono a questi requisiti sono dette *funzioni welfariste*.

#### *Il teorema di impossibilità di Arrow*

Un importante teorema riguardante le scelte sociali è dovuto ad un lavoro di Kenneth Arrow del 1951.

Arrow ha impostato un problema in termini assiomatici, definendo alcune proprietà desiderabili per una regola di scelta sociale e cercando di trovare quale meccanismo fosse in grado di soddisfarle.

Le proprietà richieste alla regola di decisione sociale sono:

- a) *ordinalità e non comparabilità* delle funzioni individuali di utilità;
- b) *universalità*;
- c) *principio di Pareto*;
- d) *indipendenza dalle alternative irrilevanti*;
- e) *non dittatura*: le scelte sociali non devono essere determinate da un solo individuo (*dittatore*) indipendentemente dalle preferenze degli altri.

Il teorema di Arrow dimostra che *non esiste alcuna funzione del benessere sociale in grado di soddisfare contemporaneamente tutte le proprietà richieste*.

Il significato del teorema è che mettendo assieme l'ordinalità e la non comparabilità delle funzioni di utilità con il welfarismo non si ottiene una regola di scelta sociale, a meno che non si attribuisca tutto il potere di decisione ad un solo individuo. Questo è, in sostanza, lo stesso risultato ottenuto analizzando il principio di Pareto.

Per poter costruire una funzione del benessere sociale, quindi, bisogna essere meno esigenti sulle condizioni imposte. Una via per superare il problema è quella di fornire la funzione del benessere sociale di informazioni maggiori di quelle desumibili dall'ordinalità e dalla non comparabilità delle utilità individuali.

#### *Forme particolari di funzione del benessere sociale*

Le funzioni del benessere sociale appena descritte sono anche dette funzioni di *Bergson-Samuelson* dal nome degli economisti Abram Bergson (nel 1938) e Paul Samuelson (nel 1951) che le hanno studiate diffusamente. Finora sono state indicate in forma implicita, ma sono state proposte diverse formulazioni matematiche per rendere il concetto più operativo.

Tra le possibili specificazioni vi è la *funzione del benessere sociale utilitarista o benthamiana* (da Jeremy Bentham, economista del XIX secolo) che considera come benessere collettivo la somma delle utilità dei singoli cittadini e si presenta come:

$$(14) \quad W = U^1 + \dots + U^h + \dots + U^H = \sum_{h=1}^H U^h$$

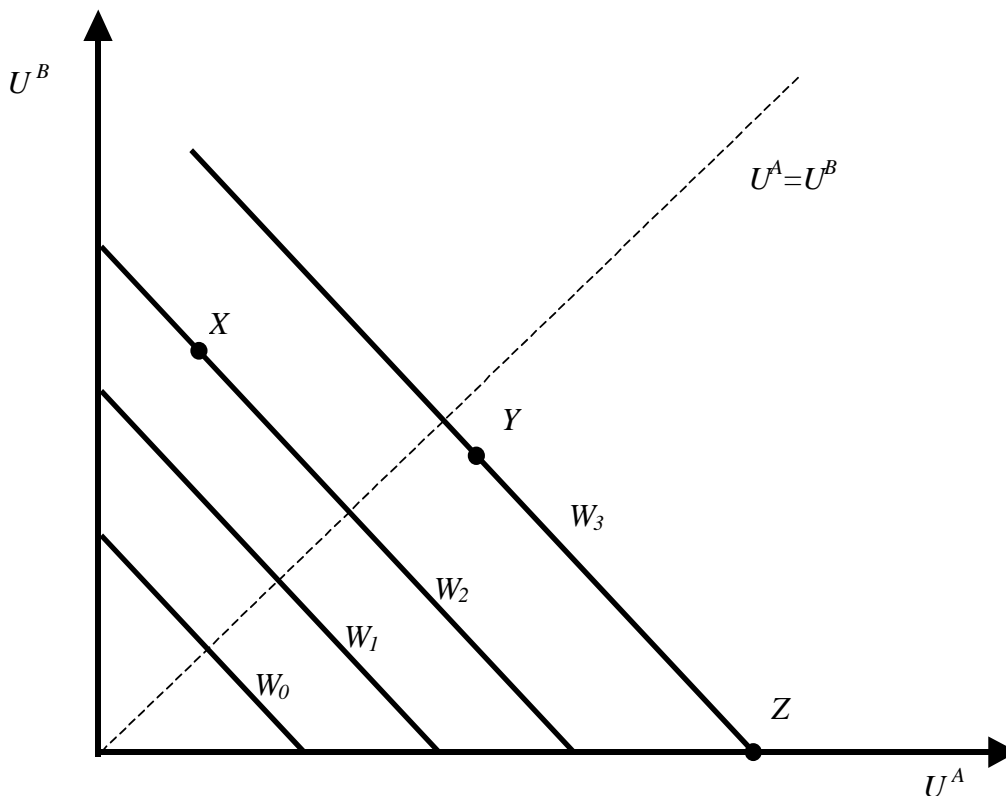
Questa funzione ammette miglioramenti se i guadagni di utilità di alcuni individui compensano le perdite di utilità da parte di altri individui. In tal senso si dice che la funzione utilitarista *supera* il criterio paretiano. Sono infatti ammesse anche delle perdite per alcuni individui e non viene imposta come condizione il miglioramento o il

non peggioramento delle utilità di tutti. Si dice per che tale funzione è *coerente* con il criterio forte paretiano nel senso che il miglioramento dell'utilità di almeno un individuo, se non vi sono perdite di utilità per altri, migliora il benessere nel complesso. Se una scelta sociale è decisa con la regola dell'unanimità, allora è decisa anche con la funzione del benessere sociale utilitarista.

La figura 5 mostra le curve di indifferenza della funzione di benessere sociale utilitarista che, considerando solo due individui, sono:

$$(15) \quad U^B = \bar{W} - U^A$$

Figura 5– Curve di indifferenza sociale della FBS utilitarista



Il saggio marginale di sostituzione sociale è pari a  $-1$  in quanto  $\partial W / \partial U^h = 1$  per qualsiasi  $h$ . Le curve di indifferenza sono quindi rappresentate da rette inclinate negativamente e con intercette uguali sugli assi delle utilità. I punti  $Y$  e  $Z$  danno origine allo stesso benessere sociale ( $W_3$ ), anche se in  $Y$  i due individui godono approssimativamente dello stesso livello di utilità, mentre in  $Z$  tutte le risorse disponibili sono assegnate all'individuo  $A$ . Il punto  $X$  rappresenta un livello di benessere inferiore ( $W_2 < W_3$ ), quindi la collettività che utilizza questa regola di decisione sociale è pronta a passare dal punto  $X$  al punto  $Z$ , togliendo tutto all'individuo  $B$  a favore di  $A$ , pur di guadagnare l'aumento di benessere sociale  $\Delta W = W_3 - W_2$ .

Derivata dalla funzione benthamiana è la *funzione utilitarista generalizzata*, che è la somma *ponderata* delle utilità:

$$(16) \quad W = \alpha_1 U^1 + \dots + \alpha_h U^h + \dots + \alpha_H U^H = \sum_{h=1}^H \alpha_h U^h$$

in cui i pesi sono le costanti positive  $\alpha_h > 0$ .

In questo caso la curva di indifferenza (per due individui) è pari a:

$$(17) \quad U^B = \frac{\bar{W} - \alpha_A U^A}{\alpha_B}$$

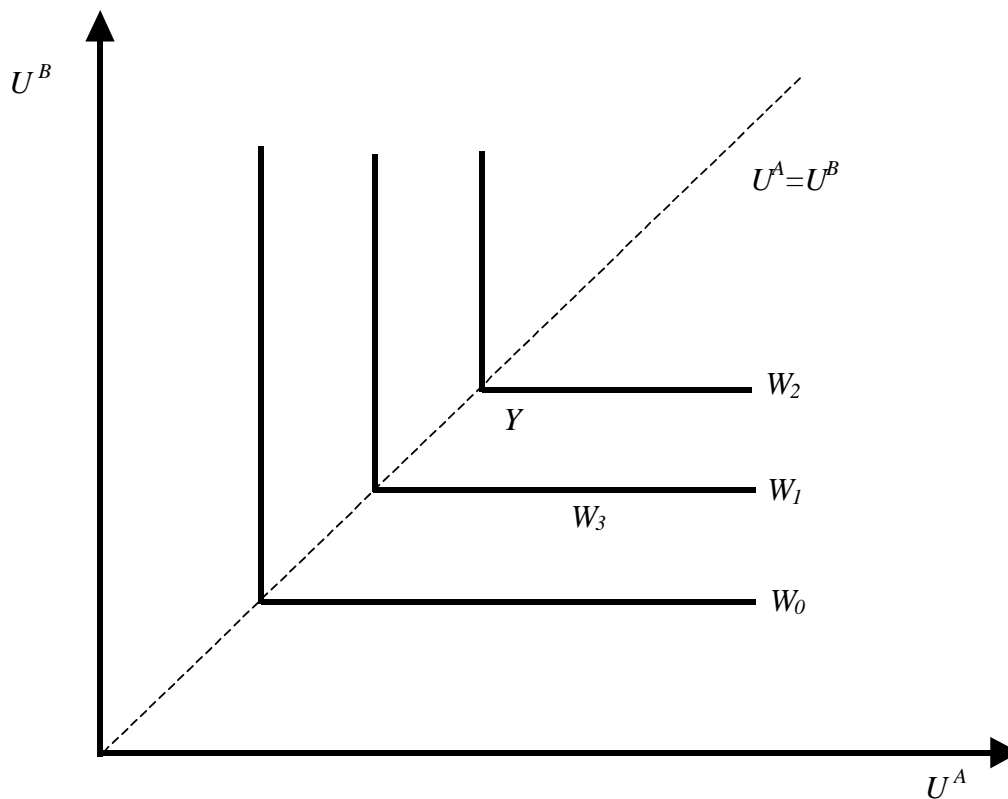
e il saggio marginale di sostituzione sociale è pari al rapporto tra i pesi  $-\alpha_A/\alpha_B$ , per cui la curva di indifferenza è una retta più piatta se  $\alpha_B > \alpha_A$  e più ripida nel caso contrario.

Un'altra funzione del benessere sociale è quella chiamata *pauperista* o *rawlsiana* (da John Rawls, filosofo contemporaneo) che privilegia prioritariamente i soggetti con i più bassi livelli di utilità. E' una funzione che vuol migliorare i livelli minimi e in tal senso è detta a *criterio max-min*. Si presenta nella forma:

$$(18) \quad W = \min(U^1, \dots, U^h, \dots, U^H)$$

e le curve di indifferenza sociale sono rappresentate nella figura 6.

Figura 6– Curve di indifferenza sociale della FBS rawlsiana



Pur non essendo rappresentabili matematicamente, le curve di indifferenza *ad angolo* mostrano che il benessere sociale aumenta solo se aumenta l'utilità del più povero. Ad esempio, partendo da una situazione in cui le utilità sono uguali, il punto X, l'aumento della sola utilità dell'individuo B non migliora il benessere sociale. Siccome un aumento

elevatissimo dell'utilità del più ricco non basta a compensare una pur piccola diminuzione dell'utilità del più povero, il saggio marginale di sostituzione sociale si dice pari ad infinito:  $\partial W / \partial U^h = -\infty$ .

La funzione del benessere sociale di *Bernoulli-Nash* (o *Cobb-Douglas*) è data dal prodotto delle utilità degli individui:

$$(19) \quad W = U^1 \cdot \dots \cdot U^h \cdot \dots \cdot U^H = \prod_{h=1}^H U^h$$

Si noti che se un individuo ha un'utilità nulla, si annulla tutto il prodotto e il benessere della collettività è nullo. C'è quindi una considerazione maggiore del benessere dei più poveri rispetto alla funzione utilitarista, ma a differenza della funzione rawlsiana, la società è disposta a compensare con elevati aumenti per i ricchi eventuali perdite dei poveri.

Le curve di indifferenza sociale sono in questo caso delle iperboli equilateri:

$$(20) \quad U^B = \frac{\bar{W}}{U^A}$$

in cui la pendenza è pari a:

$$(21) \quad \frac{\partial U^A}{\partial U^B} = -\frac{\bar{W}}{(U^A)^2} = -\frac{U^B}{U^A}$$

La curva di indifferenza, sempre con pendenza negativa, tende ad essere sempre più ripida man mano che  $U^B$  aumenta e sempre più piatta quando  $U^A$  diventa elevata (figura 7).

Esiste anche in questo caso una versione generalizzata:

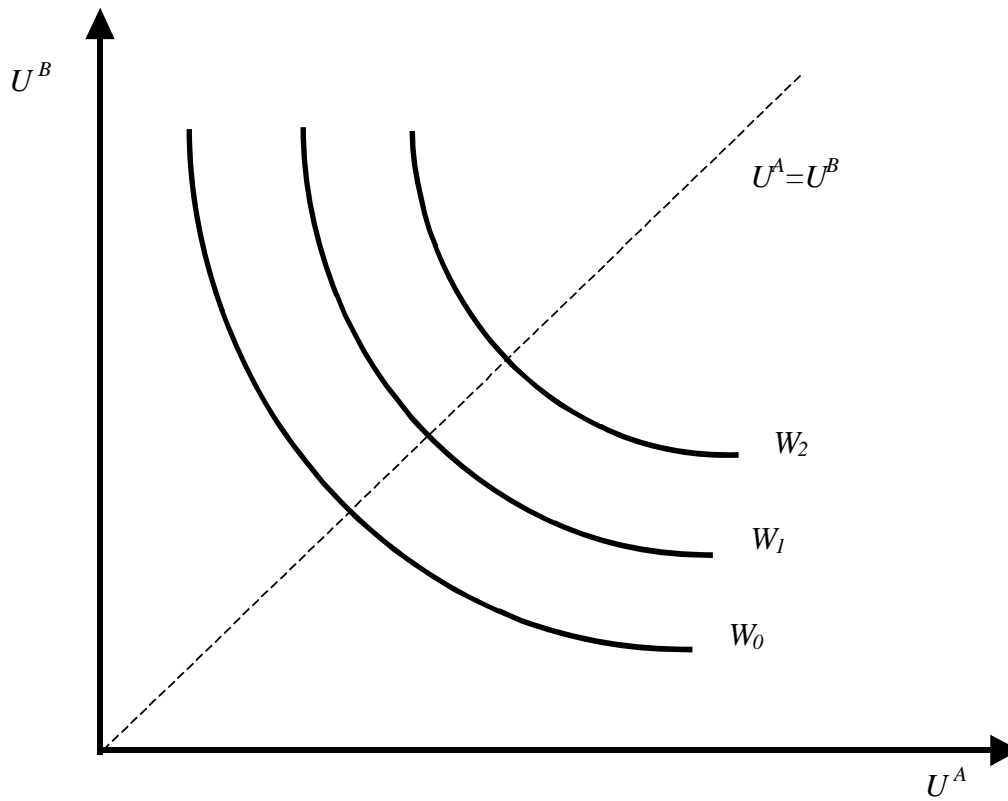
$$(22) \quad W = \prod_{h=1}^H (U^h)^{\alpha_h}$$

con pesi  $\alpha_h > 0$ . La pendenza delle curve di indifferenza sociale è pari a:

$$(23) \quad \frac{\partial U^A}{\partial U^B} = -\frac{\alpha_A U^B}{\alpha_B U^A}$$

e quindi risultano meno ripide del caso non generalizzato se  $\alpha_B > \alpha_A$  e viceversa.

Figura 7– Curve di indifferenza sociale della FBS isoelastica



La funzione del benessere sociale detta *isoelastica* è una forma generale che comprende tutte le altre appena illustrate come casi particolari. La formulazione matematica è la seguente:

$$(24) \quad W = \frac{\sum_{h=1}^H \alpha_h (U^h)^{1-\rho}}{1-\rho}$$

in cui il parametro costante  $\rho \geq 0$  è collegato alla *elasticità di sostituzione delle curve di indifferenza sociale* ( $\sigma$ ) in quanto:

$$(25) \quad \sigma = \frac{\Delta(U^B/U^A)/(U^B/U^A)}{\Delta SMSS_{A,B}/SMSS_{A,B}} = \frac{1}{\rho}$$

Per un valore qualsiasi di  $\rho$ , il benessere sociale marginale dell'individuo  $k$  è pari a:

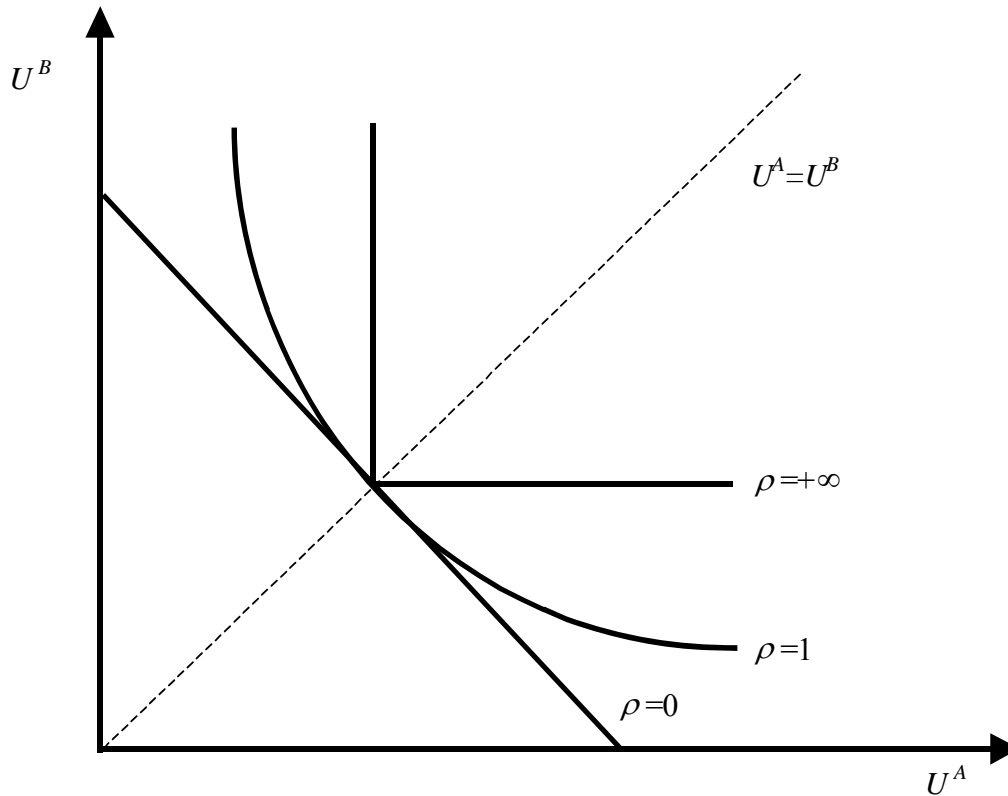
$$(26) \quad \frac{\partial W}{\partial U^h} = \alpha_h (U^h)^{-\rho}$$

da cui il *SMSS* della funzione isoelastica risulta (dalla (12)):

$$(27) \quad SMSS_{A,B} = -\frac{\partial W/\partial U^A}{\partial W/\partial U^B} = -\frac{\alpha_A (U^A)^{-\rho}}{\alpha_B (U^B)^{-\rho}} = -\frac{\alpha_A}{\alpha_B} \left(\frac{U^B}{U^A}\right)^{\rho}$$

Per  $\rho = 0$  la funzione isoelastica diventa la funzione utilitarista ( $\sigma = +\infty$ ), per  $\rho \rightarrow 1$  diventa la funzione Bernoulli-Nash ( $\sigma = 1$ ) e per  $\rho \rightarrow \infty$  diventa la funzione rawlsiana ( $\sigma = 0$ ). Per valori diversi di  $\rho$  la funzione isoelastica riesce a produrre tutte le curvature intermedie delle curve di indifferenza sociale (figura 8).

Figura 8– Curve di indifferenza sociale della FBS isoelastica al variare di  $\rho$



#### La condizione di anonimità

Tra le varie condizioni che possono essere imposte nella costruzione di una funzione di benessere sociale è importante ricordare la condizione di *anonimità*. Quello che si richiede è che il benessere sociale sia influenzato *solo dai livelli delle utilità* e non da informazioni riguardanti i soggetti che li godono. In altre parole, la collettività deve essere indifferente verso due stati dell'economia che diano luogo a *permutazioni* dei livelli di utilità degli individui.

Ad esempio, se lo stato dell'economia  $X$  è caratterizzato da:

$$U^A(X) = u_P \quad \text{e} \quad U^B(X) = u_R$$

mentre nello stato  $Y$ :

$$U^A(X) = u_R \quad \text{e} \quad U^B(X) = u_P$$

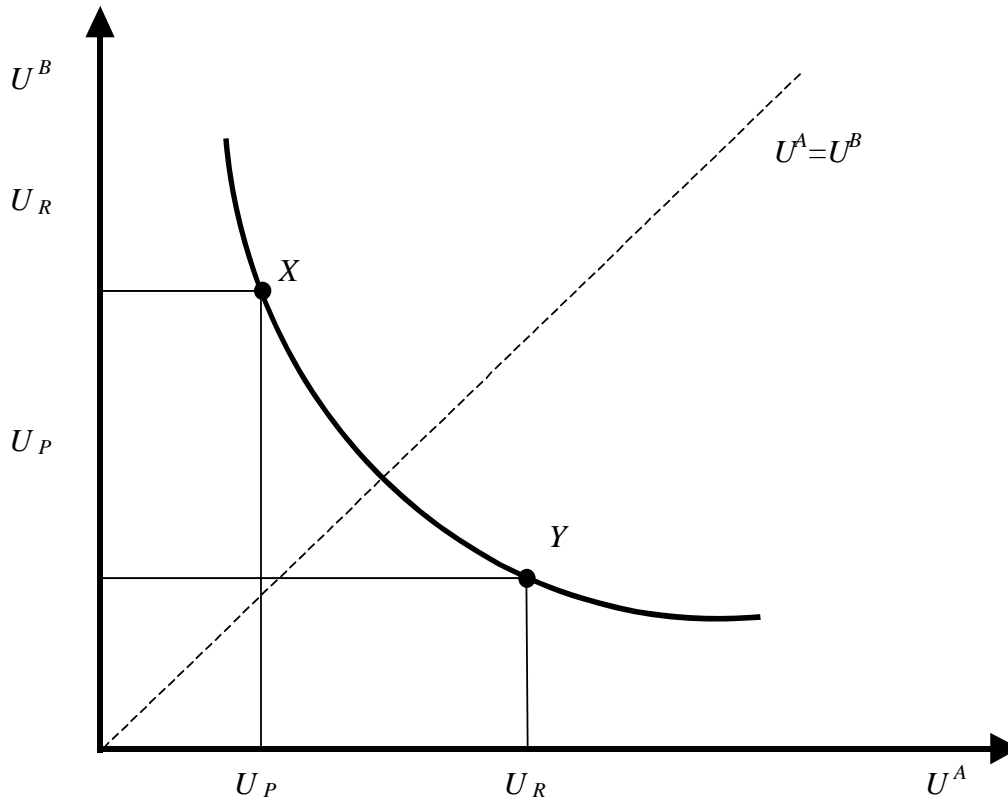
allora  $W(X) = W(Y)$ . Le coppie di livelli di utilità  $(u_P, u_R)$  e  $(u_R, u_P)$  devono quindi appartenere alla stessa curva di indifferenza sociale (figura 9).



Con la condizione di anonimità, come si vede dalla figura 9, la curva di indifferenza sociale risulta *simmetrica* rispetto alla linea a 45 gradi (bisettrice) che divide in due il piano delle utilità.

Se gli individui non possono essere identificati, allora i livelli di utilità non possono essere etichettati con i nomi degli individui: la condizione di anonimità esclude quindi che vi possano essere pesi diversi riferiti agli individui. Questo esclude, quindi, le versioni generalizzate delle funzioni del benessere sociale.

Figura 9– Condizione di anonimità per le funzioni del benessere sociale



#### *Scelte sociali ottime in una economia di puro scambio*

La presenza di una funzione del benessere sociale ci permette di considerare quale potrebbe essere una scelta *ottima* da parte della società. Ci si riferisce alla possibilità di indirizzare la collettività verso un'allocatione delle risorse tale da rendere *massimo* il benessere sociale.

Se consideriamo il contesto nel quale si era sviluppata l'analisi dell'equilibrio economico generale con solo scambio, ricordiamo che il processo di scambio portava ad un punto di equilibrio nella curva dei contratti date le dotazioni iniziali di risorse assegnate ai singoli individui. Il punto di equilibrio è rappresentabile anche come un punto sulla curva delle possibilità di utilità. Non necessariamente, però, il punto sulla curva delle possibilità di utilità raggiunto dal processo di scambio è quello desiderato dalla collettività.

Quello che abbiamo davanti è un problema di *distribuzione* delle risorse presenti nell'economia. Come è già stato notato, lo scambio porta ad una soluzione efficiente ma mantiene i rapporti di forza economici dati dalle dotazioni iniziali. La collettività

potrebbe desiderare una diversa soluzione del processo di scambio, svincolata dalla distribuzione iniziale delle risorse tra gli individui.

Consideriamo un problema di massimizzazione del benessere sociale dati i vincoli di disponibilità delle quantità totali dei due beni di consumo:

$$(30) \quad \max W[U^A(x_1^A, x_2^A), U^B(x_1^B, x_2^B)]$$

soggetto al vincolo che le disponibilità totali di bene 1 e di bene 2 siano completamente allocate tra i due individui:

$$(31) \quad \bar{x}_1^A + \bar{x}_1^B = x_1^A + x_1^B$$

$$(32) \quad \bar{x}_2^A + \bar{x}_2^B = x_2^A + x_2^B$$

in cui  $\bar{x}_i^h$  è la dotazione iniziale di bene  $i$  posseduta dall'individuo  $h$  e  $x_i^h$  è la quantità di bene  $i$  consumata dall'individuo  $h$ .

Per risolvere il problema formiamo la funzione di massimo vincolato:

$$(33) \quad \max_{x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B} L = W[U^A(x_1^A, x_2^A), U^B(x_1^B, x_2^B)] + p_1(\bar{x}_1^A + \bar{x}_1^B - x_1^A - x_1^B) + p_2(\bar{x}_2^A + \bar{x}_2^B - x_2^A - x_2^B)$$

in cui  $p_1$  e  $p_2$  sono i moltiplicatori di Lagrange dei due vincoli. Se definiamo il benessere sociale marginale con  $W_h = \partial W / \partial U^h$ , le condizioni del primo ordine sono

$$(34) \quad W_A \frac{\partial U^A}{\partial x_1^A} - p_1 = 0$$

$$(35) \quad W_A \frac{\partial U^A}{\partial x_2^A} - p_2 = 0$$

$$(36) \quad W_B \frac{\partial U^B}{\partial x_1^B} - p_1 = 0$$

$$(37) \quad W_B \frac{\partial U^B}{\partial x_2^B} - p_2 = 0$$

Dal rapporto tra la prima e la seconda condizione otteniamo:

$$(38) \quad \frac{W_A(\partial U^A / \partial x_1^A)}{W_A(\partial U^A / \partial x_2^A)} = \frac{p_1}{p_2}$$

che indica la condizione:

$$(39) \quad SMS_{1,2}^A = -\frac{p_1}{p_2}$$

Dalla terza e dalla quarta condizione si ottiene, in modo analogo:

$$(40) \quad SMS_{1,2}^B = -\frac{p_1}{p_2}$$

La condizione di uguaglianza dei saggi marginali di sostituzione per i due individui è la stessa che si ottiene come soluzione del problema dell'equilibrio economico generale (in questo contesto i moltiplicatori di Lagrange possono essere considerati pari ai prezzi per i beni di consumo). Per il primo teorema dell'economia del benessere, quindi, possiamo dire che abbiamo ottenuto un ottimo paretiano.

Se consideriamo, però, il rapporto tra la prima e la terza condizione di ottimo (o il rapporto tra la seconda e la quarta) risulta:

$$(41) \quad W_A \frac{\partial U^A}{\partial x_1^A} = W_B \frac{\partial U^B}{\partial x_1^B}$$

che viene detta *condizione di equità interpersonale*. L'interpretazione di questa condizione è la seguente: nel punto di ottimo sociale l'aumento di benessere sociale dovuto ad un incremento del consumo del bene  $I$  deve essere uguale per i due individui. Si noti che non è più l'utilità dell'individuo da sola ad essere considerata: l'utilità marginale del bene consumato è ponderata con il benessere sociale marginale dell'individuo. Il prodotto del benessere sociale marginale dell'individuo  $A$  con l'utilità marginale del bene  $I$  è pari al benessere marginale dovuto ad un incremento infinitesimo del consumo del bene da parte dell'individuo.

Ricordando che dalle condizioni del primo ordine per la massimizzazione dell'utilità individuale vale la seguente uguaglianza:

$$(42) \quad \frac{\partial U^h}{\partial x_i^h} = \lambda_h p_i$$

(in cui  $\lambda_h$  è l'utilità marginale del reddito dell'individuo  $h$ ) e definendo il *benessere marginale sociale del reddito dell'individuo  $h$*  come:

$$(43) \quad b_h = W_h \frac{\partial U^h}{\partial M^h} = W_h \lambda_h$$

si può esprimere la condizione di equità interpersonale come:

$$(44) \quad W_A \lambda_A p_1 = W_B \lambda_B p_1$$

o, semplificando:

$$(45) \quad b_A = b_B$$

che equivale a dire che nel punto di ottimo sociale deve essere uguale il benessere marginale sociale del reddito per tutti gli individui.

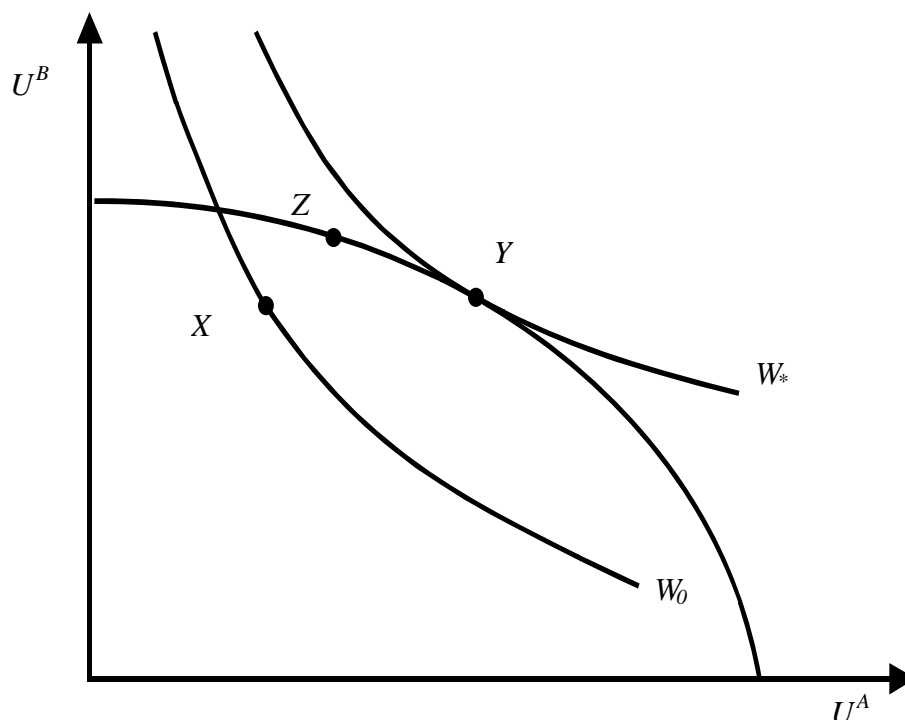
Dalla condizione di equità interpersonale (44) si ottiene anche la condizione:

$$(46) \quad -\frac{W_B}{W_A} = -\frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

in cui il rapporto a sinistra indica la pendenza della curva di indifferenza sociale (nello spazio delle utilità), mentre a destra il rapporto tra le utilità marginali del reddito è la pendenza della curva delle possibilità di utilità.

Abbiamo così ricavato un modo per visualizzare la condizione di *ottimo benessere sociale*: è il punto in cui una curva di indifferenza sociale è tangente alla curva delle possibilità di utilità (figura 10).

Figura 10 – Massimizzazione del benessere sociale



Il punto  $X$  indica i livelli di utilità individuale prima dello scambio, se gli individui consumano le loro rispettive dotazioni iniziali. Il punto  $Y$  soddisfa le condizioni di ottimo sociale in quanto si trova alla tangenza tra la curva delle possibilità di utilità e la curva di indifferenza sociale più elevata ( $W_*$ ).

Il punto  $Z$  mostra la soluzione che si sarebbe avuta con il solo processo di scambio tra gli individui: si noti che questa soluzione non corrisponde al massimo livello di benessere raggiungibile.

Dal secondo teorema fondamentale dell'economia del benessere sappiamo che al punto  $Y$  corrisponde una specifica dotazione iniziale a partire dalla quale, per mezzo dello scambio, si arriva all'equilibrio. Sappiamo anche che la dotazione iniziale che porta al punto  $Y$  deve essere diversa da quella che porta al punto  $Z$ , a causa della unicità della soluzione dell'equilibrio economico generale. Ne consegue che la massimizzazione del benessere sociale opera una *redistribuzione implicita* di dotazioni iniziali tra gli individui, al fine di raggiungere il punto voluto.

*Scelte sociali ottime in una economia con scambio e produzione*

L'estensione del risultato raggiunto al caso di equilibrio economico generale con scambio e produzione semplificata dall'utilizzo della frontiera delle possibilità di produzione.

Come nel caso di puro scambio, stiamo cercando le quantità dei beni consumate da ciascun individuo in modo da ottenere il massimo benessere sociale:

$$(47) \quad \max W[U^A(x_1^A, x_2^A), U^B(x_1^B, x_2^B)]$$

in cui deve essere rispettato il vincolo che le quantità consumate siano tecnicamente producibili:

$$(48) \quad T(x_1, x_2) = 0$$

in cui

$$(49) \quad x_1 = x_1^A + x_1^B$$

$$(50) \quad x_2 = x_2^A + x_2^B$$

La funzione da massimizzare è quindi:

$$(51) \quad \max_{x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B} L = W[U^A(x_1^A, x_2^A), U^B(x_1^B, x_2^B)] - \mu T(x_1, x_2)$$

da cui le condizioni del primo ordine risultano:

$$(34) \quad W_A \frac{\partial U^A}{\partial x_1^A} - \mu T_1 = 0$$

$$(35) \quad W_A \frac{\partial U^A}{\partial x_2^A} - \mu T_2 = 0$$

$$(36) \quad W_B \frac{\partial U^B}{\partial x_1^B} - \mu T_1 = 0$$

$$(37) \quad W_B \frac{\partial U^B}{\partial x_2^B} - \mu T_2 = 0$$

dove  $T_i = \partial T(x_1, x_2) / \partial x_i$ .

Dal rapporto tra la prima e la seconda condizione otteniamo:

$$(56) \quad SMS_{1,2}^A = SMT_{1,2}$$

mentre dal rapporto tra la terza e la quarta:

$$(57) \quad SMS_{1,2}^B = SMT_{1,2}$$

Le due condizioni sono ancora uguali a quelle dell'equilibrio walrasiano, quindi si può affermare che la ricerca del massimo benessere porta a raggiungere un punto di ottimo paretiano.

Il rapporto tra la prima e la terza condizione del primo ordine riconduce all'equità interpersonale derivata nel caso di puro scambio:

$$(58) \quad W_A \frac{\partial U^A}{\partial x_1^A} = W_B \frac{\partial U^B}{\partial x_1^B}$$

Anche nel caso di equilibrio generale con produzione e scambio, quindi, si ottengono le condizioni che assicurano il raggiungimento di un ottimo paretiano e le condizioni di equità interpersonale. Anche in questo caso la soluzione indica che le preferenze collettive giustificano dei trasferimenti di dotazioni iniziali da un individuo all'altro al fine di ottenere il massimo benessere sociale.

#### *Massimizzazione del benessere sociale con sola redistribuzione*

Lo schema dell'equilibrio economico generale utilizzato finora può essere semplificato se ipotizziamo che la massimizzazione del benessere sociale possa avvenire *dopo il raggiungimento di un ottimo paretiano*.

Utilizziamo, per semplificare, il contesto di un'economia di puro scambio. Se l'equilibrio walrasiano è già stato raggiunto, allora sono noti il vettore dei prezzi  $(\bar{p}_1, \bar{p}_2)$  e il valore delle dotazioni iniziali per ogni individuo  $h$ :

$$(59) \quad \bar{M}^h = \bar{p}_1 \bar{x}_1^h + \bar{p}_2 \bar{x}_2^h$$

Il livello di utilità raggiunto nel punto di equilibrio può essere espresso dalla funzione di utilità indiretta:

$$(60) \quad \bar{U}^h = V^h(\bar{M}^h, \bar{p}_1, \bar{p}_2)$$

La massimizzazione del benessere sociale, a questo punto, potrebbe essere effettuata mediante trasferimenti di reddito da un individuo all'altro. Il reddito di ciascuno dopo il trasferimento è dato da:

$$(61) \quad M^h = \bar{M}^h + \tau^h$$

in cui  $\tau^h$  è il valore del trasferimento. Se il trasferimento risulta positivo (*sussidio*) significa che la società reputa che l'individuo debba ottenere un'integrazione di reddito rispetto al livello ottenuto attraverso il meccanismo di mercato. Se il trasferimento negativo (*imposta*) significa che la società ritiene che l'individuo sia troppo avvantaggiato dal mercato e debba trasferire una parte del suo reddito ad altri.

Dati i prezzi, la massimizzazione del benessere sociale è espressa formalmente da:

$$(62) \quad \max_{\tau^A, \tau^B} W = W[V^A(M^A), V^B(M^B)]$$

con il vincolo che i trasferimenti positivi eguagliano i trasferimenti negativi:

$$(63) \quad \tau^A + \tau^B = 0$$

La funzione vincolata da massimizzare rispetto al valore dei trasferimenti individuali diventa quindi:

$$(64) \quad \max_{\tau^A, \tau^B} L = W[V^A(M^A), V^B(M^B)] - \mu(\tau^A + \tau^B)$$

Le condizioni del primo ordine, derivando per  $\tau^A$  e per  $\tau^B$ , sono:

$$(65) \quad W_A \frac{\partial V^A}{\partial M^A} \frac{\partial M^A}{\partial \tau^A} = \mu$$

$$(66) \quad W_B \frac{\partial V^B}{\partial M^B} \frac{\partial M^B}{\partial \tau^B} = \mu$$

Ricordando che  $\partial V^h / \partial M^h = \lambda_h$  è l'utilità marginale del reddito e ricavando dalla definizione del reddito (61) che  $\partial M^h / \partial \tau^h = 1$ , le condizioni del primo ordine diventano:

$$W_A \lambda_A = W_B \lambda_B \quad \text{oppure} \quad b_A = b_B$$

Quest'ultima condizione per un ottimo è esattamente la condizione di equità interpersonale già ottenuta in precedenza. Riscritta nel modo seguente:

$$(67) \quad -\frac{W_B}{W_A} = -\frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

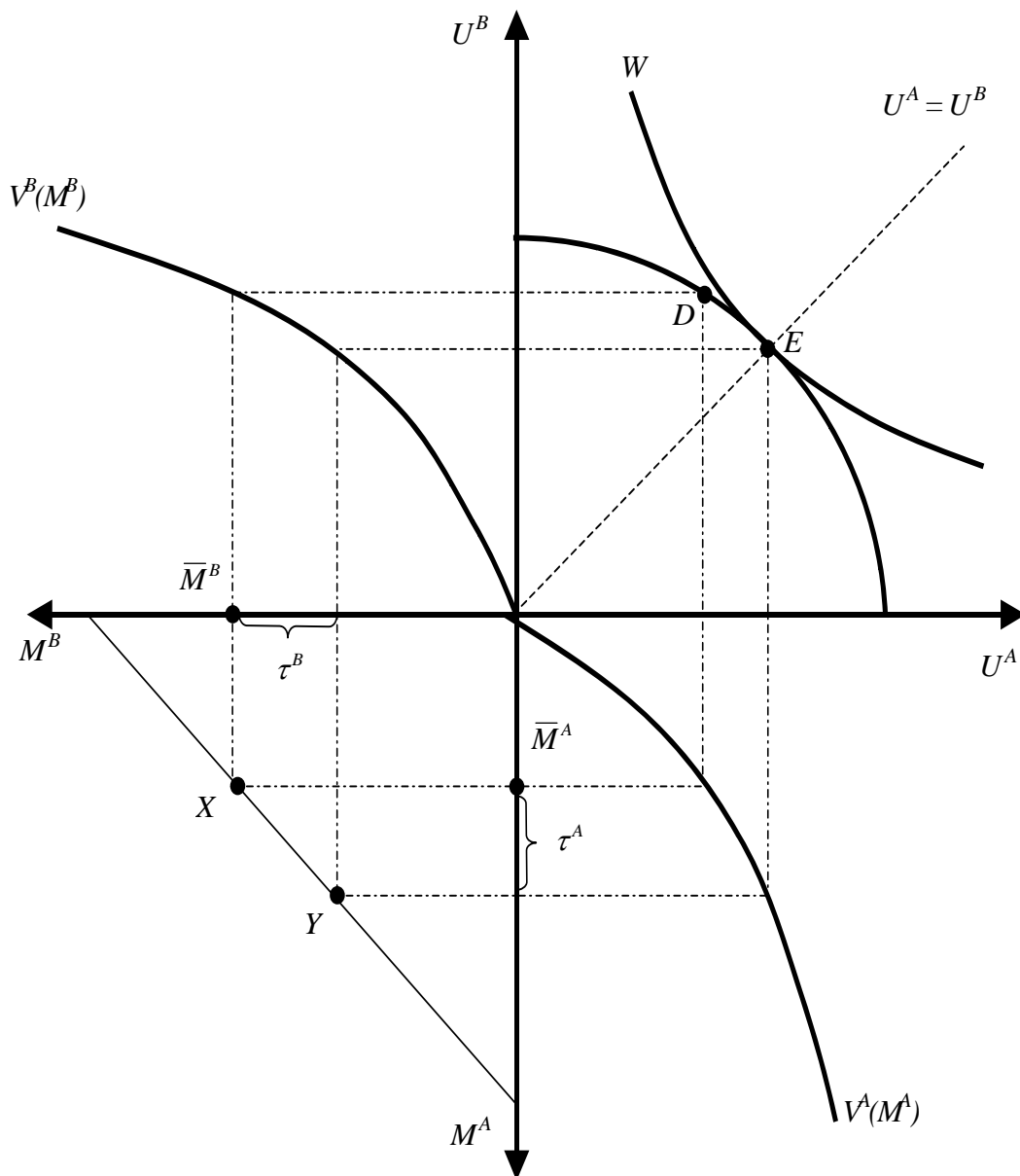
indica che la pendenza della curva di indifferenza sociale deve essere uguale alla pendenza della curva delle possibilità di utilità.

Questa è l'unica condizione per massimizzare il benessere sociale in quanto non stiamo riallocando il reddito tra i due individui tramite i meccanismi di mercato, ma direttamente mediante *redistribuzione* dei redditi di mercato già formati.

Si noti che se la funzione del benessere sociale rispetta il requisito dell'anonimità e se le funzioni di utilità sono le stesse per i due individui, allora la condizione di ottimo implica che devono essere uguali i redditi dopo i trasferimenti.

Questo caso è illustrato nella figura 11. L'anonimità della funzione del benessere sociale assicura che la curva di indifferenza sociale sia simmetrica rispetto alla bisettrice del quadrante delle utilità. L'uguaglianza delle funzioni di utilità rende simmetrica anche la curva delle possibilità di utilità. La tangenza tra le due curve deve quindi avvenire in un punto della bisettrice in cui i livelli di utilità, e quindi i redditi, sono uguali tra loro. Il punto *X* mostra la distribuzione delle dotazioni iniziali, mentre il punto *Y* è la distribuzione dei redditi dopo la massimizzazione del benessere sociale. Nel primo quadrante, il punto *D* identifica la distribuzione iniziale delle utilità individuali, mentre il punto *E* mostra la distribuzione egualitaria delle utilità che massimizza il benessere sociale.

Figura 11 – Massimizzazione del benessere sociale con sola redistribuzione



### 1.6 Analisi di *first best* e *second best*

L'applicabilità dei due teoremi fondamentali dell'economia del benessere viene meno se vengono a mancare le ipotesi su cui sono fondati: la concorrenza perfetta, la perfetta informazione, l'assenza di effetti esterni.

Nel caso in cui viene meno l'ipotesi della concorrenza perfetta, si ricordano i casi dell'oligopolio e del monopolio.

Nel caso di presenza di effetti esterni (esternalità) le funzioni di utilità dei consumatori o le funzioni di produzione delle imprese contengono variabili decisionali appartenenti ad altri soggetti: ad esempio, i beni consumati da un soggetto influenzano i livelli di utilità di altri. Può essere il caso di beni che non passano attraverso il mercato perchè non sufficientemente regolati da diritti di proprietà (per esempio inquinamento, istruzione, beni pubblici).



Per quanto riguarda la mancanza di perfetta informazione, si possono verificare i casi di *selezione avversa* (*adverse selection*) e *rischio morale* (*moral hazard*).

Nel primo caso, il venditore, che possiede da solo le informazioni corrette sulla qualità del bene da vendere, ha un interesse ad alterare le caratteristiche del bene percepite dai compratori. E' il famoso caso del rivenditore di macchine usate.

Nel secondo caso è invece possibile un'alterazione del bene a causa del compratore, che ha informazioni e comportamenti non conosciuti dal venditore. E' il caso di un'assicurazione contro il furto, in seguito alla quale l'assicurato è portato ad agire con incuria.

In entrambi i casi le funzioni di utilità dei soggetti possono venir basate su informazioni e dati non corretti, in quanto non riescono a prevedere i comportamenti reali. Occorre in questo caso un intervento periziale esterno o un vincolo comportamentale preciso, come, per esempio, nelle cure sanitarie o nella sicurezza sociale.

La formulazione dei teoremi fondamentali dell'economia del benessere si basa anche sulla possibilità di operare trasferimenti di beni o monetari (imposte e sussidi) al fine di pervenire ad un punto prescelto sulla curva di possibilità di utilità. Deve essere possibile attuare tali trasferimenti *senza costi* e in *somma fissa* (*lump sum transfers*).

Se tutte le condizioni su cui si basano i teoremi fondamentali dell'economia del benessere sono soddisfatte, allora si parla di analisi di *first best*.

Nel caso opposto, in cui mancano una o più delle condizioni ipotizzate, si parla di analisi di *second best*. Questo tipo di analisi ricerca l'ottimo sociale in condizioni vincolate rispetto all'analisi di *first best*, e tenta, quindi, di trovare un ottimo di secondo ordine dato il vincolo imposto.

Un esempio potrebbe essere la presenza di costi per la redistribuzione tra gli individui. Se esistono dei costi di amministrazione rilevanti per l'attività pubblica di redistribuzione, allora ogni lira tolta ad un individuo non si traduce in una lira data all'altro, ma in un po' meno di una lira. In questo caso la collettività non potrà spostarsi da un punto iniziale ad un altro sulla curva delle possibilità di utilità, perché una parte delle risorse viene persa nell'attività di redistribuzione. Nonostante la perdita di una parte delle risorse, la collettività può ovviamente preferire la situazione con redistribuzione rispetto alla situazione iniziale.

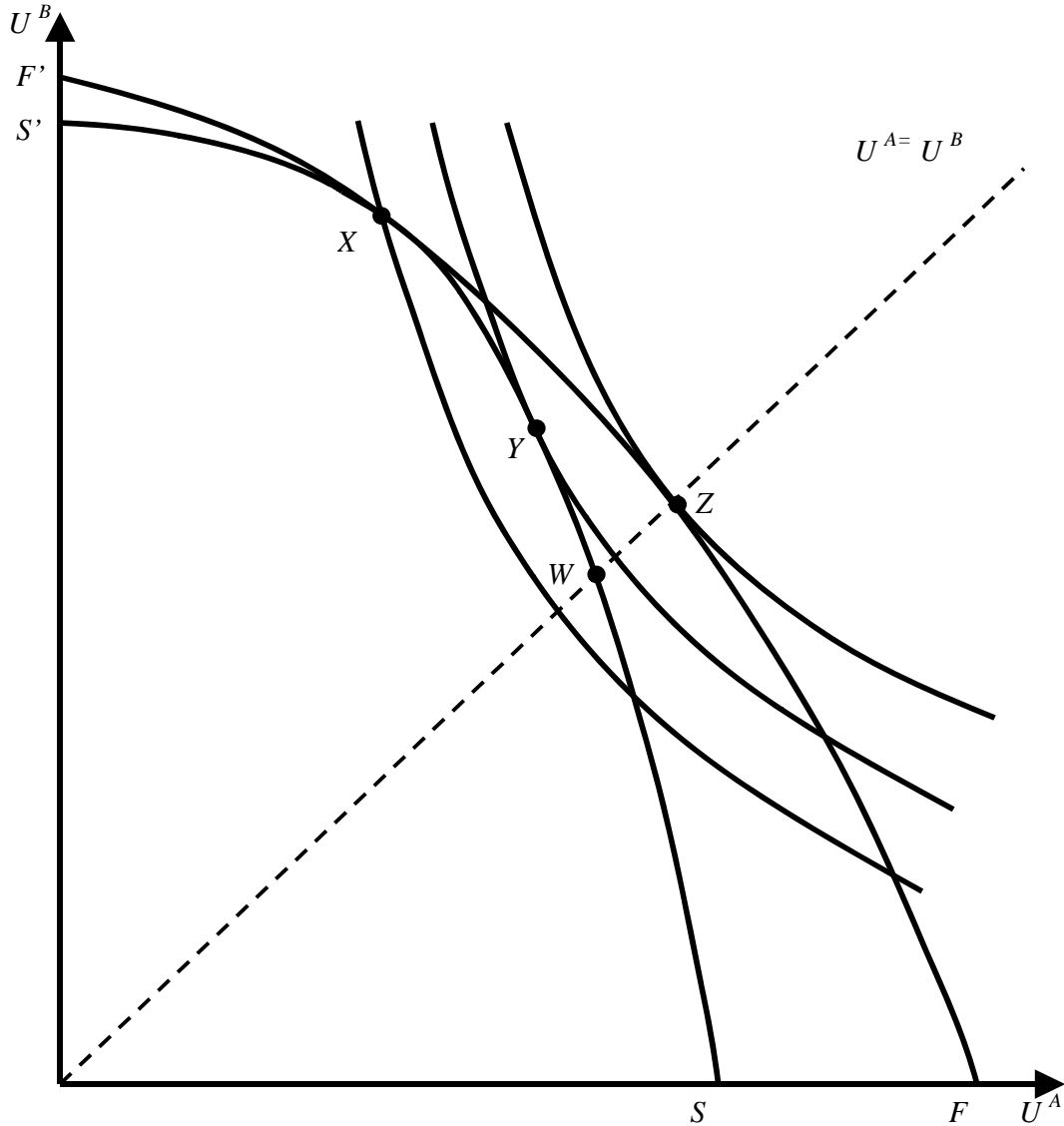
La figura 12 illustra una situazione di questo tipo. La curva  $FF'$  è la curva delle possibilità di utilità di *first best*, mentre  $SS'$  rappresenta quella di *second best*. Il punto  $X$  è l'ottimo paretiano che rappresenta l'equilibrio walrasiano date le dotazioni iniziali, quindi in assenza di redistribuzione. Il punto  $Z$  è la scelta sociale ottima di *first best*, data la mappa di curve sociali di indifferenza che indica una preferenza della collettività per una distribuzione egualitaria delle utilità. Il punto  $Z$  non è per raggiungibile se non valgono tutte le ipotesi di *first best*. La scelta ottima di *second best* è invece il punto  $Y$ , in cui la più alta curva di indifferenza è tangente alla curva  $SS'$ . In questo esempio, la collettività preferisce il punto  $Y$ , che non è un ottimo paretiano, al punto  $X$  che è invece efficiente secondo Pareto.

La situazione illustra un conflitto tra gli obiettivi di *equità* e di *efficienza*. Per l'efficienza, la collettività dovrebbe raggiungere un punto sulla curva di *first best*. Questo non succede per il punto  $Y$ , che fa parte dell'insieme dei punti inferiori secondo Pareto a quelli della curva  $FF'$ , e quindi non è efficiente. Nel punto  $Y$  la collettività sta *sprestando risorse* mediante il meccanismo della redistribuzione.

Il punto  $Y$ , però, rappresenta l'ottimo sociale, cioè il punto che la collettività vorrebbe raggiungere date le sue preferenze in termini di *equità*, che sono rappresentate dalla forma delle curve di indifferenza sociale. Rispetto al punto  $X$ , la collettività preferisce punti in cui la distribuzione dei livelli di utilità è più egualitaria. Quindi il punto  $Y$  è

preferito ad  $X$ , mentre  $Z$  sarebbe ancora migliore, in quanto si trova su una curva di indifferenza sociale ancora più elevata e senza spreco di risorse.

Figura 12 – Curva di possibilità di utilità di first best ( $FF'$ ) e di second best ( $SS'$ )



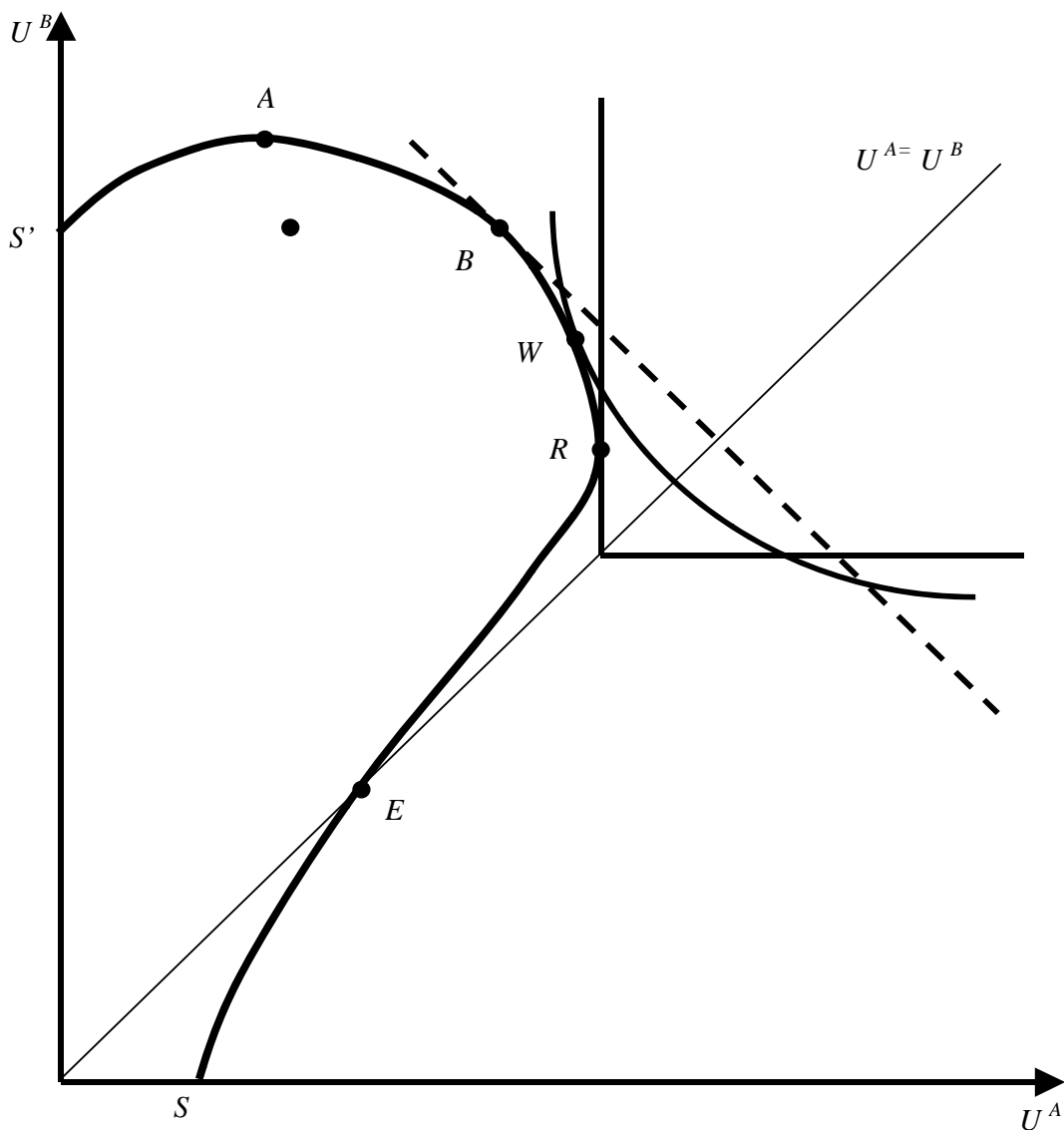
Dato che il punto  $Z$  non è raggiungibile, la collettività preferisce la soluzione  $Y$ . Si noti che questa soluzione è un compromesso tra l'obiettivo di equità, che vorrebbe eguagliare le utilità e condurrebbe al punto  $W$  sulla bisettrice, e l'obiettivo di efficienza che imporrebbe di non muoversi dal punto iniziale  $X$ . Il punto  $Y$  incorpora il massimo di efficienza possibile date le preferenze sociali.

La figura 13 mostra una curva delle possibilità di utilità di *second best*  $SS'$  che potrebbe verificarsi in presenza di particolari imperfezioni rispetto alla situazione ideale di *first best*. Il tratto di curva tra i punti  $S$  e  $R$  sono tutti miglioramenti pareiani rispetto al punto  $S$ . Allo stesso modo, tutti i punti tra  $S'$  e  $A$  sono migliori del punto  $S'$ . Tutti gli altri punti della curva, tra  $A$  e  $R$ , sono Pareto-efficienti e quindi tra loro non confrontabili secondo il criterio di Pareto. La scelta ottima della collettività deve concentrarsi, quindi, tra i punti nel tratto  $AR$ . Il punto  $E$  è il punto di massima equità, in cui le utilità dei due

individui sono uguali. Con la figura tracciata, per, il punto  $E$  risulta inferiore secondo Pareto a tutti i punti del tratto  $ER$ .

Tracciando le curve di indifferenza relative ad alcune funzioni del benessere sociale troviamo i punti che queste ritengono di ottimo sociale. Il punto  $B$  è l'ottimo sociale secondo la funzione del benessere sociale benthamiana. Il punto  $W$  è il punto di ottimo indicato da una funzione di benessere Bernoulli-Nash (o isoelastica con  $\rho$  vicino all'unità). Il punto  $R$  è quello indicato dalla funzione rawlsiana. La funzione del benessere sociale isoelastica trova un punto di ottimo sociale nel tratto  $BR$  al variare del parametro  $\rho$ . In tutti i casi l'ottimo sociale prescritto non implica l'uguaglianza dei livelli di utilità.

Figura 13 – Second best e scelte sociali ottime



### 1.7 Requisiti informativi per la costruzione delle funzioni del benessere sociale

Le varie forme di funzione del benessere sociale che sono state presentate possono essere studiate in base ai requisiti di misurabilità delle funzioni di utilità individuali. Per

procedere abbiamo bisogno di introdurre un'ulteriore condizione sulla forma delle funzioni del benessere sociale: *l'invarianza informativa*.

L'invarianza informativa richiede che le trasformazioni matematiche applicate alla forma delle utilità individuali siano tali da lasciare inalterato il saggio marginale di sostituzione sociale.

La soluzione del problema di ottimo sociale utilizza il concetto di saggio marginale di sostituzione sociale, quindi una trasformazione ammissibile delle funzioni di utilità individuali non può cambiare il valore del SMSS, altrimenti la soluzione sarebbe diversa e quindi l'ordinamento sociale di preferenza diverso. In pratica si richiede che una trasformazione delle funzioni di utilità non sia tale da modificare la pendenza delle curve di indifferenza sociale. Formalmente, se:

$$(68) \quad W[U^A(X), U^B(X)] > W[U^A(Y), U^B(Y)]$$

e indichiamo con  $V^h$  una trasformazione della funzione di utilità  $U^h$ , allora la trasformazione ammissibile se risulta ancora:

$$(69) \quad W[V^A(X), V^B(X)] > W[V^A(Y), V^B(Y)]$$

L'invarianza dell'ordinamento è assicurata se prima e dopo la trasformazione sono uguali i SMSS:

$$(70) \quad -\frac{\partial W / \partial U^A}{\partial W / \partial U^B} = -\frac{\partial W / \partial V^A}{\partial W / \partial V^B}$$

Senza approfondire eccessivamente l'argomento, è importante mettere in luce che le regole di scelta sociale che possono essere costruite soddisfano questa condizione con differenti gradi di misurabilità e comparabilità delle funzioni di utilità individuali.

Ad esempio, per la funzione rawlsiana, tutto quello che serve è l'ordinalità e la piena comparabilità dei livelli di utilità per poter dire qual è l'individuo più svantaggiato:  $V^h = \phi[U^h]$ , con  $\partial \phi / \partial U^h > 0$ . Infatti, dopo una trasformazione monotona crescente dei livelli di utilità l'individuo con il livello di utilità più basso rimane lo stesso.

Per la funzione del benessere sociale utilitarista, dopo la trasformazione si ottiene  $W = V^A + V^B$ . Il SMSS è dato da  $-W^A / W^B = -1$ , quindi possiamo trasformare l'utilità individuale solo se rispettiamo la condizione  $W^A = W^B$ . Dopo la trasformazione  $V^h = \phi[U^h]$ , dal SMSS si ricava:

$$(71) \quad \frac{\partial W}{\partial V^A} \frac{\partial V^A}{\partial U^A} = \frac{\partial W}{\partial V^B} \frac{\partial V^B}{\partial U^B}$$

e, poiché  $\partial W / \partial V^h = 1$ , il SMSS è rispettato solo se  $\partial V^A / \partial U^A = \partial V^B / \partial U^B$ . L'unica funzione che presenta la stessa derivata costante per qualsiasi livello di utilità è quella lineare, quindi otteniamo che  $\partial V^h / \partial U^h = b$ .

La condizione di invarianza informativa si ottiene in questo caso con trasformazioni lineari affini del tipo  $V^h = a^h + bU^h$ , quindi quando si utilizza questa funzione bisogna essere coscienti che si sta ipotizzando la misurabilità cardinale dell'utilità degli individui. A partire dal benessere sociale, dopo la trasformazione si ottiene:

$$(72) \quad W = V^A + V^B = a^A + bU^A + a^B + bU^B$$

da cui la curva di indifferenza sociale risulta:

$$(73) \quad U^B = \frac{\bar{W} - a^A - a^B}{b} - U^A$$

in cui il *SMSS* è ancora pari a -1.

Per la funzione di Bernoulli-Nash, invece, bisogna ipotizzare la misurabilità cardinale nei rapporti  $V^h = bU^h$ . Infatti, a partire da  $W = V^A V^B$ , dalla trasformazione si ottiene che il *SMSS* è pari a  $-V^A/V^B$ , e, sostituendo:

$$(74) \quad -\frac{V^B}{V^A} = -\frac{bU^B}{bU^A} = -\frac{U^B}{U^A}$$

A partire dal criterio di Pareto che richiedeva l'ordinalità e la non comparabilità, successivi gradi di misurabilità e comparabilità permettono di ottenere regole di scelta sociale via via più complesse. Il costo della complessità è dato dalla raccolta di informazioni sempre più dettagliate sulle preferenze degli individui. Il guadagno è rappresentato dalla possibilità di costruire le funzioni del benessere sociale che possano superare l'incompletezza del criterio paretiano.

In ogni caso, è bene tener presente che il problema posto era quello di ottenere una regola di scelta sociale che rispettasse un ordinamento di scelta sociale. La funzione del benessere sociale che abbiamo finora derivato rispetta tale ordinamento in modo *ordinale*, in quanto riproduce l'ordinamento di scelta sociale senza pretendere di assegnare un particolare significato al livello di benessere raggiunto. Le trasformazioni delle funzioni di utilità individuali sono ammissibili in quanto rispettano l'ordinamento di preferenza, ma, ovviamente, cambiano il valore del benessere sociale calcolato. Ci interessa, infatti, solo *ordinare* varie alternative sociali, senza pretendere di dire *quanto migliore* è un'alternativa rispetto ad un'altra.