DSE

Dipartimento Scienze Economiche

Quaderni di Didattica

Università Ca' Foscari Venezia
Dipartimento di Scienze Economiche

Dino Rizzi

La teoria dei beni pubblici

No. 03/2008

Quaderni di Didattica
Dipartimento di Scienze Economiche
Università Ca' Foscari di Venezia
No. 03/QD/2008

La teoria dei beni pubblici

Dino Rizzi
Università Ca' Foscari Venezia

Dino Rizzi
Dipartimento di Scienze Economiche
Università Ca' Foscari di Venezia
Cannaregio 873, Fondamenta S.Giobbe
30121 Venezia - Italia
T. (++39)041 2349167
F. (++39) 041 2349176
dino.rizzi@unive.it

Stesura provvisoria.
Per indicare eventuali errori o imprecisioni scrivete a dino.rizzi@unive.it

I Quaderni di Didattica
del Dipartimento di Scienze Economiche
sono scaricabili all'indirizzo:
http://www.dse.unive.it/pubblicazioni/
Per contatti: wp.dse@unive.it

Dipartimento di Scienze Economiche
Università Ca' Foscari di Venezia
Cannaregio 873, Fondamenta San Giobbe
30121 Venezia Italia
Fax: ++39 041 2349210

2. La teoria dei beni pubblici

In questo capitolo viene presentata la teoria dei beni pubblici considerando, soprattutto, l'importanza dei beni pubblici nelle decisioni di consumo.

Tra le varie possibili soluzioni, è stata scelta quella che presenta i beni pubblici come casi particolari di *esternalità*, in quanto beni che generano effetti su altri individui rispetto a quelli che ne scelgono il consumo. In particolare, i beni pubblici sono dotati di caratteristiche di consumo tali da rendere disponibili a tutti la quantità presente (caratteristica della *non rivalità* nel consumo) senza possibilità di escludere qualcuno dal consumo (caratteristica della *non escludibilità* dal consumo). In queste condizioni non è possibile l'esistenza di un mercato per il bene pubblico in quanto chiunque lo fornisca non è in grado di escludere gli altri agenti economici dal godimento e quindi di farsi pagare un prezzo per il consumo.

Nel capitolo 1 abbiamo visto che l'assenza di esternalità è un requisito fondamentale per derivare i teoremi fondamentali dell'economia del benessere. La loro presenza determina l'impossibilità di raggiungere equilibri efficienti attraverso meccanismi di mercato, per cui si parla di *fallimento del mercato*. Da questo fallimento deriva la necessità di un intervento da parte di un qualche organismo esterno al mercato, che chiameremo *stato*, al fine di portare l'economia verso allocazioni efficienti mediante processi non individualistici di determinazione delle scelte e, quindi, non affidabili al normale meccanismo di mercato.

A tale scopo sono presentati alcuni modelli che descrivono come si modificano le scelte economiche individuali e sociali in presenza di beni pubblici. Il filo conduttore di questi modelli è l'accento posto sulla volontà degli individui a collaborare al fine di trovare comportamenti compatibili in presenza degli effetti esterni causati dai beni pubblici.

I contesti istituzionali diversi in cui gli individui sono posti nei vari modelli determinano soluzioni diverse. Se immaginiamo che gli individui di una collettivit dichiarino volontariamente e onestamente le loro preferenze sia riguardo i beni privati che i beni pubblici, otteniamo una versione modificata di equilibrio economico generale in cui gli individui si tassano per acquistare congiuntamente la quantità ottimale di bene pubblico (*modello di Lindhal*). In questo modo ciascuno viene tassato proporzionalmente al beneficio che dichiara di ricevere dal bene pubblico. La soluzione che si ottiene con questo modello è detta *cooperativa* e porta ad un ottimo paretiano.

Tale contesto è stato ritenuto non aderente alla realtà proprio per la possibilità di sfruttare la quantità di bene pubblico acquistata dagli altri, che induce ciascun individuo a non dichiarare onestamente il beneficio ricevuto dal bene pubblico (comportamento da *free rider*). Se ipotizziamo, allora, che ciascuno tenti di sfruttare al massimo la disponibilità a pagare degli altri e, corrispondentemente, voglia evitare di pagare da solo per tutti, ci troviamo nella situazione in cui il bene pubblico non sarà fornito in quanto nessuno dichiara di riceverne un beneficio (*dilemma del prigioniero*).

In realtà, però, i beni pubblici esistono, per cui il risultato del completo *free riding* appare troppo drastico. Il superamento di questo risultato teorico implica che, nonostante le caratteristiche dei beni pubblici, gli individui siano disposti a pagare qualcosa per la loro fornitura. Un modo per ottenere forniture non nulle di bene pubblico è ipotizzare che gli individui contribuiscano all'acquisto del bene pubblico pensando che gli altri non reagiscano alla loro azione. In altre parole ciascuno prende per dato il comportamento degli altri e agisce di conseguenza (*modello di Cournot-Nash*). Tale comportamento *non cooperativo* degli agenti economici porta a soluzioni in cui la quantità di bene pubblico è non nulla, ma inferiore a quella ottenuta con la

soluzione cooperativa. Tali soluzioni sono caratterizzate, quindi, da un certo grado di inefficienza allocativa.
La scelta sociale ottimale è descritta, invece, dal *modello di Samuelson* che ipotizza l'esistenza di uno stato pianificatore in grado di massimizzare il benessere sociale in presenza di beni pubblici. Come nel caso di scelte pubbliche ottime in una economia di scambio, è necessario che lo stato conosca perfettamente le preferenze dei cittadini. La soluzione che si ottiene è un ottimo paretiano che implica la determinazione simultanea delle quantità ottimali di beni privati e di beni pubblici e l'ottima redistribuzione delle dotazioni iniziali dei beni.
Una strada diversa per giustificare e spiegare la presenza dei beni pubblici nell'economia è quella percorsa nel successivo capitolo 3, in cui si considera il processo democratico di formazione delle preferenze collettive.

2.1 Le esternalità

Definizione di esternalità

Il termine esternalità indica genericamente una *interdipendenza* tra le azioni dei soggetti economici.
Un primo tipo di esternalità può essere visto nell'interazione tra gli agenti che operano in un mercato concorrenziale. Se un gruppo di consumatori decide di aumentare il consumo di un certo bene, il prezzo aumenterà e ci sarà una diminuzione di utilità per tutti i consumatori. Un altro esempio potrebbe essere l'utilizzazione di una nuova tecnica di produzione che permette di ottenere un bene a costi inferiori. In un mercato concorrenziale questo comporterà una diminuzione del prezzo e quindi un aumento di utilità per tutti i consumatori.
Queste esternalità sono dette *pecuniarie* ed esplicano i loro effetti proprio attraverso i prezzi che si formano nel mercato. Anzi, possiamo dire che il mercato pu funzionare solo in quanto esistono tali interdipendenze.
Esistono per altre esternalità, dette *tecnologiche* o *non di mercato,* che non si concretizzano in modifiche dei prezzi di mercato. In questi casi esiste una interdipendenza diretta tra agenti economici che non passa attraverso modifiche dei prezzi, ma agisce direttamente sul benessere. Le esternalità tecnologiche possono essere distinte in *esternalità nel consumo*, se influenzano la funzione di utilità degli individui, e in *esternalità nella produzione*, se influenzano la funzione di produzione delle imprese.
Esempi tipici di esternalità nel consumo sono legati all'inquinamento. Se un fumatore inquina l'aria respirata da un non fumatore crea in quest'ultimo una diminuzione di benessere, a parità di consumo di qualsiasi altro bene. Analogamente, un'impresa industriale può inquinare l'aria respirata da tutti e diminuire la qualità della vita, o lo stato di salute, della popolazione.
Un caso di esternalità nella produzione è quello dell'impresa industriale che inquina un lago utilizzato da un'azienda che necessita di acqua pura per produrre pesce, o utilizzato dall'industria turistica per attrarre visitatori. In entrambi i casi gli scarichi inquinanti derivanti da un'attività economica influenzano altre attività, le quali sono costrette ad aumentare i costi di produzione per mantenere il livello di attività. Ad esempio, nel primo caso attraverso un aumento dei costi di produzione per impianti di depurazione, e nel secondo caso attraverso un aumento di costi di pubblicità.
Le esternalità possono essere *negative*, come nel caso dell'inquinamento, o *positive*, se fanno aumentare il benessere o diminuire i costi di produzione. Ad esempio, mantenere

elevato il volume della musica ascoltata in casa può generare nei vicini un'esternalità positiva o negativa a seconda che questi apprezzino o meno il tipo di musica.
Riassumendo, l'esternalità tecnologica è quindi caratterizzata da due elementi:

a) il danno o il beneficio ricevuto in seguito all'attività di altri;
b) l'impossibilità da parte di chi riceve il danno (o il beneficio) di far cessare (o far aumentare) il fenomeno.

L'elemento descritto in b) rende evidente la differenza tra esternalità pecuniaria e tecnologica. Nel primo caso, se il prezzo di un bene aumenta a causa del comportamento di altri, il consumatore può reagire diminuendo la quantità consumata del bene. Nel secondo caso, riprendendo l'esempio del fumatore, il consumo di tabacco è fatto dal fumatore, e il non fumatore non può evitare il danno semplicemente riallocando il suo consumo.
Come è stato già accennato, l'economia riesce a raggiungere un equilibrio efficiente attraverso un mercato di concorrenza perfetta se non esistono esternalità tecnologiche: né positive né negative, né di consumo né di produzione. La loro presenza implica, quindi, che il mercato raggiunga un equilibrio caratterizzato da un'allocazione non efficiente: esistono perciò altre allocazioni in cui alcuni individui possono godere di livelli di benessere più elevati senza danneggiare gli altri.
La presenza di esternalità è uno dei motivi che portano a tale fallimento del mercato e che giustifica la presenza dello stato. La collettività ha interesse a costituire un organismo sovra-individuale che superi l'inefficienza e garantisca il raggiungimento di un'allocazione efficiente delle risorse. Ai nostri fini, l'esternalità tecnologica è quella che ha più rilevanza, in quanto necessita di un intervento non previsto dai meccanismi del mercato. Se non diversamente specificato, nella letteratura economica come nel resto del capitolo, il termine esternalità sottintende sempre un'esternalità tecnologica.

Esternalità nel consumo

Vediamo ora, in particolare, le esternalità nel consumo. Per illustrarle ipotizziamo una collettività composta da H consumatori che consumano due beni x_1 e x_2. In assenza di esternalità ciascuno è dotato di una funzione di utilità:

[1] $$U^h\left(x_1^h, x_2^h\right) \text{ per } h=1,2,...,H$$

in cui:

[2] $$\frac{\partial U^h}{\partial x_i^h} > 0 \text{ per } h=1,2,...,H \text{ e } i=1,2$$

La funzione è soggetta al vincolo di bilancio individuale:

[3] $$M^h = p_1 x_1^h + p_2 x_2^h \text{ per } h=1,2,...,H$$

Il caso *generale* di esternalità può essere illustrato dalla completa interdipendenza nel consumo tra gli individui, per cui ciascuno è influenzato dal consumo degli altri. Le funzioni di utilità si modificano, quindi, nel seguente modo:

[4] $$U^h\left(x_1^h, x_2^h \middle| x_1^1, x_2^1, ..., x_1^k, x_2^k, ... x_1^H, x_2^H\right) \text{ per } h,k=1,2,...,H$$

in cui il segno $|$ separa le variabili decisionali dell'individuo (a sinistra) da quelle che sfuggono al suo controllo (a destra). Le esternalità possono essere *positive* se aumentano il livello di utilità dell'individuo che le subisce:

[5] $$\frac{\partial U^h}{\partial x_j^k} > 0 \text{ per } h=1,2,...,H \text{ con } h \neq k \text{ e } i,j=1,2$$

oppure *negative* se arrecano un danno:

[6] $$\frac{\partial U^h}{\partial x_j^k} < 0 \text{ per } h=1,2,...,H \text{ con } h \neq k \text{ e } i,j=1,2$$

Casi particolari possono essere derivati dal caso generale, ipotizzando che solo alcuni tra i beni consumati dall'altro generino esternalità, oppure che le quantità di un certo bene consumate dagli altri entrino nella funzione di utilità in modi particolari.
Un caso particolarmente interessante è quello del *bene pubblico puro*, in cui le quantità di un bene consumate dagli altri sono dei perfetti sostituti rispetto alla quantità acquistata dall'individuo. Questo significa che l'individuo riesce a godere dell'intera quantità di bene acquistata nell'economia. Se il bene 2 è il bene pubblico puro, la funzione di utilità diventa:

[7] $$U^h\left(x_1^h, x_2^1 + ... + x_2^k ... + x_2^H\right) \text{ per } h,k=1,2,...,H$$

Definendo la quantità totale di bene 2 con $X_2 = \sum_h x_2^h$ e con $X_2^{-h} = X_2 - x_2^h$ la quantità totale non acquistata dall'individuo *h*, possiamo riscrivere la funzione di utilità in presenza di bene pubblico puro anche nel modo seguente:

[8] $$U^h\left(x_1^h, x_2^h + X_2^{-h}\right) \text{ per } h=1,2,...,H$$

Anche con questa formulazione, l'esternalità può essere positiva (*bene pubblico*) o negativa (*male pubblico*), a seconda del segno della derivata dell'utilità rispetto a X_2.
Un altro caso interessante è quello del *bene pubblico non puro*. In questo caso si ipotizza che il consumo degli altri non sia un perfetto sostituto del proprio, ma che comunque il consumo aggregato degli altri abbia un'influenza sul livello di utilità. Un individuo può desiderare una vacanza al mare, ma può apprezzarla di più se trova un sufficiente numero di altre persone sulla spiaggia con cui stringere nuove amicizie. Un'altra persona può invece essere infastidito dalla promiscuità cui è costretto dalla vicinanza di altri che soggiornano sulla stessa spiaggia. La funzione di utilità può essere cos rappresentata:

[9] $$U^h\left(x_1^h, x_2^h, X_2^{-h}\right) \text{ per } h=1,2,...,H$$

in cui $\partial U^h / \partial x_2^h > 0$, mentre $\partial U^h / \partial X_2^{-h}$ può essere >0 oppure <0 a seconda che l'interdipendenza sia positiva o negativa.

L'inefficienza del mercato in presenza di esternalità

E' stato sopra affermato che le esternalità sono un problema in quanto non permettono di raggiungere un'allocazione efficiente. Dall'economia del benessere sappiamo che una soluzione efficiente è ottenuta nell'equilibrio economico generale di puro scambio se per tutti gli individui il saggio marginale di sostituzione è pari al rapporto tra i prezzi. Nel caso di 2 individui, *A* e *B*, e di due beni, *x* e *z*, abbiamo una soluzione efficiente se:

[10] $$-SMS^H_{x,z} = \frac{\partial U^h / \partial z_h}{\partial U^h / \partial x_h} = \frac{U^h_z}{U^h_x} = \frac{p_z}{p_x} \quad \text{per } h{=}A,B$$

Sappiamo che la massimizzazione del benessere sociale porta alla stessa condizione, quindi ad un ottimo paretiano.

E' possibile, quindi, verificare l'inefficienza della soluzione ottenuta in presenza di esternalità confrontandola con un ottimo paretiano ottenuto quando queste non esistono.

Poiché in questo momento non siamo interessati all'equità, ma solo all'efficienza della soluzione, escludiamo la necessità di redistribuire le risorse ipotizzando che i due individui siano dotati della stessa funzione di utilità $U^h = U(x_h, z_h)$, con *h*=*A*,*B*, e dello stesso reddito iniziale $M = M_A = M_B$. Il vincolo di bilancio per l'individuo *h* è:

[11] $$M^h = p_x x_h + p_z z_h$$

in cui p_x e p_z sono i prezzi dei due beni.

Lo stato massimizza la funzione di benessere sociale anonima $W(U^A, U^B)$ con il vincolo che le risorse disponibili siano quelle iniziali degli individui:

[12] $$\max_{x_A, x_B, z_A, z_B} L = W[U^A, U^B] + \lambda[2M - p_x(x_A + x_B) - p_z(z_A + z_B)]$$

Le condizioni del primo ordine sono:

[13] $$W_A U^A_x = \lambda p_x$$

[14] $$W_B U^B_x = \lambda p_x$$

[15] $$W_A U^A_z = \lambda p_z$$

[16] $$W_B U^B_z = \lambda p_z$$

Ricordando che dall'anonimità della funzione del benessere sociale $W_A = W_B$, otteniamo la condizione di efficienza:

[17] $$U^A_x = U^B_x$$

[18] $$U^A_z = U^B_z$$

che implica uguali utilità marginali per i due individui, e quindi stesso livello di consumo. Alternativamente, le quattro condizioni del primo ordine esprimono l'uguaglianza dei saggi marginali di sostituzione:

[19] $$\frac{U_z^A}{U_x^A} = \frac{U_z^B}{U_x^B} = \frac{p_z}{p_x}$$

Ipotizziamo ora la presenza di un'esternalità: l'individuo *B* risente anche del consumo del bene *z* da parte di *A*, per cui:

[20] $$U^B = U\left(x_B, z_B \middle| z_A\right)$$

Se ripetiamo la stessa massimizzazione del benessere sociale tenendo presente questa nuova formulazione dell'utilità di *B* otteniamo le seguenti condizioni del primo ordine:

[21] $$W_A U_x^A = \lambda p_x$$

[22] $$W_B U_x^B = \lambda p_x$$

[23] $$W_A U_z^A + W_B U_{z_A}^B = \lambda p_z$$

[24] $$W_B U_z^B = \lambda p_z$$

in cui $U_{z_A}^B = \partial U^B / \partial z_A$. La terza condizione per l'ottimo sociale è modificata dalla presenza dell'esternalità. In termini di saggi marginali di sostituzione, dividendo la terza condizione per la prima otteniamo:

[25] $$\frac{W_A U_z^A + W_B U_{z_A}^B}{W_A U_x^A} = \frac{\lambda p_z}{\lambda p_x}$$

[26] $$\frac{W_B U_z^B}{W_B U_x^B} = \frac{\lambda p_z}{\lambda p_x}$$

dalle quali, tenendo conto che $W_A U_x^A = W_B U_x^B = \lambda p_x$, si ottiene:

[27] $$\frac{U_z^A}{U_x^A} + \frac{U_{z_A}^B}{U_x^B} = \frac{p_z}{p_x}$$

[28] $$\frac{U_z^B}{U_x^B} = \frac{p_z}{p_x}$$

Come si nota, la condizione per il massimo benessere sociale, quindi per l'efficienza paretiana, è la stessa per l'individuo *B* mentre l'individuo *A* presenta una regola di comportamento diversa. Per *A*, nella relazione tra il saggio marginale di sostituzione e i prezzi relativi entra anche il saggio marginale di sostituzione di *B* tra il bene *x* e la quantità z_A. Riscrivendo la condizione di ottimo [27] nel modo seguente:

[29] $$\frac{U_z^A}{U_x^A} = \frac{p_z}{p_x} - \frac{U_{z_A}^B}{U_x^B}$$

si evidenzia un fatto importante: l'effetto del consumo di z_A sull'utilità di B agisce come una correzione al prezzo relativo per l'individuo che genera l'esternalità. Se $U^B_{z_A} > 0$ l'individuo B beneficia di un'esternalità positiva, quindi la condizione di ottimalità richiede che A ne tenga conto quando decide il suo consumo di z consumando una quantità maggiore di quanto farebbe se dovesse pensare solo a se stesso. Infatti il prezzo relativo del bene z rispetto a x viene diminuito, inducendo un consumo maggiore di z da parte di A. Se, viceversa, l'esternalità è negativa, allora $U^B_{z_A} < 0$ e la condizione di ottimo impone un consumo inferiore di z_A attraverso un prezzo relativo maggiorato della quantità $U^B_{z_A} \big/ U^B_x < 0$.

E' evidente che se ciascun individuo massimizza la rispettiva funzione di utilità senza tener conto dell'esternalità si trova ad applicare l'uguaglianza dei saggi marginali di sostituzione ai prezzi relativi, e non la regola più complessa per l'ottimo paretiano trovata massimizzando il benessere sociale. La presenza dell'esternalità ci pone in una situazione di *second best* e rende non più ottimale la regola trovata in condizioni di *first best*.

In altre parole, se ciascun individuo tiene conto solo dei benefici e dei costi *privati* sottostima i costi o i benefici totali, in quanto trascura i costi e i benefici *sociali* generati dal suo consumo. Nel nostro esempio, il beneficio totale che la collettività deriva dal consumo di z_A è dato dalla somma delle utilità marginali di A e di B. Se A tiene conto del solo beneficio privato, la sua utilità marginale, allora non considera il beneficio sociale se l'esternalità è positiva, oppure non considera il costo sociale se l'esternalità è negativa.

Deve essere chiaro, comunque, che l'individuo A non ha alcun interesse a non attuare il suo comportamento ottimizzante, quindi la cosa migliore che può fare è eguagliare il suo saggio marginale di sostituzione ai prezzi relativi. Questo spiega l'inefficienza del mercato: i comportamenti ottimizzanti dei singoli individui non portano, come succede invece nel caso di *first best*, ad una soluzione efficiente secondo Pareto.

La soluzione al problema delle esternalità

La soluzione al problema delle esternalità consiste nel far percepire agli individui che generano esternalità il costo o il beneficio sociale delle loro decisioni. Il processo che fa percepire il costo o il beneficio dell'esternalità provocata viene detto *correzione* o *internalizzazione* dell'esternalità. In pratica, si tratta di modificare il contesto istituzionale nel quale avvengono le transazioni di mercato.

Esistono diverse possibilità di correzione delle esternalità, di tipo *privato*, se non necessitano dell'intervento dello stato, o di tipo *pubblico*.

L'internalizzazione di tipo privato può aversi nel caso della produzione: se esiste un'impresa inquinante e una che subisce l'inquinamento, si formeranno dei profitti più bassi nell'impresa inquinata a causa dell'esternalità. Se avviene una fusione delle due imprese, l'unico proprietario avrà interesse a contenere l'inquinamento in modo da massimizzare la somma dei due profitti.

Nel caso del consumo, accordi privati possono intercorrere tra chi produce l'esternalità e chi la subisce solo nel caso in cui sia facilmente individuabile la sorgente dell'effetto e sia facilmente attuabile una transazione privata. Se un vicino scarica le sue immondizie nel mio giardino posso cercare di internalizzare l'esternalità in modo privato facendogli sorgere una reciproca esternalità negativa (mediante, ad esempio, uno scontro fisico o un'azione simile alla sua), oppure tentando di offrirgli del denaro.

In generale, l'esternalità è diffusa perché generata o subita da molti agenti. In questi casi risulta difficile o molto costoso riuscire a convincere tutti gli individui coinvolti a svolgere un'azione comune. Lo stato appare, quindi, il mezzo attraverso il quale la collettività riesce ad affrontare il problema.
L'internalizzazione di tipo pubblico pu assumere diverse forme:

a) l'imposizione di una tassa su chi genera un'esternalità negativa;
b) la concessione di un sussidio a chi genera un'esternalità positiva;
c) l'imposizione di una tassa su chi genera un'esternalità positiva;
d) la concessione di un sussidio a chi genera un'esternalità negativa;
e) l'attribuzione di diritti di proprietà;
f) la regolamentazione.

Nel primo caso, l'*imposta* serve proprio a far percepire a chi genera un'esternalità negativa il costo sociale della sua azione (*imposta di Pigou* o *pigouviana*, dal nome dell'economista Arthur Pigou che la propose nel 1920). Nell'esempio con i due individui del paragrafo precedente, un'imposta che aumenti il prezzo relativo di $U^B_{z_A} \big/ U^B_x$ per ogni unità consumata da *A* porterebbe quest'ultimo a comportarsi secondo la regola ottima che massimizza il benessere sociale. Si noti che, in generale, l'aumento di prezzo che ne deriva non comporta l'eliminazione dell'esternalità, ma solo un suo contenimento. Infatti, la massimizzazione del benessere sociale fa diminuire il consumo da parte di *A* solo fino al punto in cui la penalizzazione eguaglia quella sofferta da *B*. Solo nel caso in cui il danno inferto a B sia infinitamente grande il prezzo di z sarebbe infinitamente grande e il consumo di z_A sarebbe nullo.
Nel caso *b*), l'esternalità generata è positiva, quindi, se il prezzo viene diminuito attraverso un *sussidio* pari a $U^B_{z_A} \big/ U^B_x$ per ogni unità consumata, l'individuo *A* aumenta il suo consumo e quindi favorisce di più l'altro.
Imposte e sussidi possono essere utilizzati, però, anche nei casi opposti rispetto a quelli illustrati. Una tassa può essere applicata anche a chi genera un'esternalità positiva (caso *c*) se non raggiunge un determinato livello di consumo. Allo stesso modo, un sussidio può essere dato a chi genera un'esternalità negativa se non eccede un certo livello di consumo (caso *d*).
Un'altro importante mezzo per internalizzare l'esternalità è dato dalla *attribuzione* di diritti di proprietà. Questo rimedio parte dalla considerazione che l'esternalità è un problema perché chi genera l'esternalità non ha a disposizione un mercato nel quale trovare la compensazione per una variazione del suo comportamento. Quindi l'internalizzazione mediante l'attribuzione di diritti di proprietà tende a creare quel mercato mancante che genera l'inefficienza. Una volta creato il mercato mancante, l'economia di mercato è perfettamente in grado di raggiungere una soluzione efficiente.
Vale infatti il *teorema di Coase* (da Ronald Coase che lo propose nel 1960) secondo il quale l'attribuzione di diritti di proprietà a una delle due parti porta ad una soluzione efficiente.
Ad esempio, un fumatore e un non fumatore in treno non eliminano l'esternalità perché non c'è un accordo su chi dei due possiede l'aria pura dello scompartimento. Se l'aria pura dello scompartimento viene assegnata in proprietà al fumatore, allora questi potrà venderne una parte, astenendosi dal fumare, se il non fumatore è disposto a comperarla. Oppure, se l'aria pura è assegnata al non fumatore, allora il fumatore potrà tentare di acquistarne un po' per poterla inquinare fumando. In entrambi i casi la compensazione tra le parti sarà tale da portare all'ottimo paretiano. Nel primo caso il fumatore venderà l'aria pura fino a quando il beneficio della compensazione in denaro sarà pari al

beneficio rinunciato non fumando. Nel secondo caso, il non fumatore venderà aria pura fino a quando la compensazione ricevuta sarà pari alla diminuzione di utilità che risulta dal fumo.
In termini formali, l'attribuzione del diritto di proprietà ad A equivale ad introdurre nel suo vincolo di bilancio un elemento in più derivante dalla vendita dei suoi diritti di proprietà su un terzo bene (nell'esempio l'aria pura) esistente in $\overline{E}$. Il consumo di z_A produce aria sporca attraverso la funzione $E(z_A)$, con $\partial E/\partial z_A = E' > 0$. Se A (il fumatore) vende la parte di aria non ancora inquinata, $\overline{E} - E(z_A)$, ottiene un prezzo p_E per ogni unità. La massimizzazione per A diventa:

[30] $$\max_{x_A, z_A} L_A = U(x_A, z_A) + \lambda_A \left\{ M^A - p_x x_A - p_z z_A + p_E \left[\overline{E} - E(z_A) \right] \right\}$$

da cui:

[31] $$U_x^A = \lambda_A p_x$$

[32] $$U_z^A = \lambda_A (p_z + p_E E')$$

In termini di saggio marginale di sostituzione, la condizione di ottimo individuale risulta

[33] $$\frac{U_z^A}{U_x^A} = \frac{p_z}{p_x} + \frac{p_E E'}{p_x}$$

Il prezzo del bene z è per A più elevato di p_z perché ogni unità in più di z comporta la perdita della quantità E' che potrebbe essere venduta all'altro individuo al prezzo p_E.
Per l'individuo B, il non fumatore, il vincolo di bilancio deve contenere ora anche la spesa per l'aria pulita. Di fatto B ha una possibilità in più rispetto a prima: può influenzare, attraverso l'acquisto di aria pulita, il consumo di z_A. Il suo problema diventa:

[34] $$\max_{x_B, z_B, z_A} L_B = U(x_B, z_B, z_A) + \lambda_B \left\{ M^B - p_x x_B - p_z z_B - p_E \left[\overline{E} - E(z_A) \right] \right\}$$

da cui:

[35] $$U_x^B = \lambda_B p_x$$

[36] $$U_z^B = \lambda_B p_z$$

[37] $$U_{z_A}^B = -\lambda_B p_E E'$$

In termini di saggio marginale di sostituzione rispetto al bene x, la condizione di ottimo individuale risulta:

[38] $$\frac{U_z^B}{U_x^B} = \frac{p_z}{p_x}$$

[39] $$\frac{U_{z_A}^B}{U_x^B} = \frac{p_E E'}{p_x}$$

E' subito evidente come il prezzo relativo che *B* è disposto a pagare per avere l'aria pulita è esattamente pari alla correzione al prezzo relativo di *A* nella condizione [33]. L'introduzione del terzo mercato e l'attribuzione del diritto di proprietà ha reso le condizioni di ottimo individuali pari alla condizione di ottimo sociale, quindi l'inefficienza è scomparsa.
E' facile dimostrare che si avrebbe esattamente la stessa soluzione attribuendo la dotazione iniziale di aria pulita $\overline{E}$ all'individuo B. In questo caso il fumatore *A* dovrebbe comperarsi al prezzo p_E la quantità di aria $E(z_A)$ che intende inquinare, mentre *B* potrebbe aumentare il suo reddito della quantità $p_E E(z_A)$.
L'attribuzione del diritto di proprietà all'uno o all'altro degli individui porta sempre all'internalizzazione dell'esternalità e quindi ad un ottimo paretiano. La cosa non è indifferente, però, ai fini distributivi: un fumatore che riceve un compenso per non fumare (primo caso) sta sicuramente meglio di un fumatore che deve pagare per poter fumare (secondo caso). Sorge a questo punto un problema politico: la collettività deve decidere a chi assegnare la dotazione iniziale $\overline{E}$, attribuendo all'uno o all'altro una fonte di reddito in più.
L'ultimo, e forse più utilizzato, strumento per internalizzare l'esternalità è la *regolamentazione*. Lo stato emette una legge che indica il livello di consumo cui gli individui devono attenersi per non incorrere in una sanzione. Se il livello indicato è quello corrispondente alla soluzione ottimale, allora la regolamentazione raggiunge lo stesso risultato degli altri strumenti.
Nessuno degli strumenti elencati è esente da problemi di applicazione. Le tasse e i sussidi implicano che lo stato conosca esattamente il beneficio o il danno arrecato dall'esternalità per fissare nel modo corretto l'incentivo monetario. Lo stesso vale nel caso della regolamentazione, che può essere vista come l'altra faccia della medaglia rispetto a tasse e sussidi: infatti si tratta di fissare la quantità ottima al posto del prezzo ottimo corrispondente. In più, la regolamentazione comporta la necessità di controlli, per verificare che gli agenti rispettino i livelli *standard* assegnati.
In tutti questi casi lo stato deve essere in grado di valutare dei danni o dei benefici individuali, ma questo non può essere fatto semplicemente chiedendolo agli individui. Per lucrare posizioni più favorevoli, i cittadini danneggiati possono essere tentati di sovrastimare il loro danno, mentre i cittadini beneficiati possono essere tentati di sottostimare i benefici.
Per l'attribuzione dei diritti di proprietà, come è già stato accennato, il problema è trovare un accordo politico per l'assegnazione della proprietà. Inoltre, la soluzione di mercato è quella efficiente se si riesce a far funzionare il mercato dell'esternalità in modo concorrenziale, quindi con molti acquirenti e molti venditori. Se, ad esempio, i beneficiari o i danneggiati sono un numero ristretto di individui, allora una soluzione può risultare non efficiente a causa delle caratteristiche monopolistiche del mercato.

Altruismo e invidia

Due casi particolari di esternalità sono l'*altruismo* e l'*invidia*. Questi sono casi in cui il consumo di altri arreca all'individuo benefici o danni di tipo psicologico.
Un caso di altruismo può essere visto come una qualsiasi altra esternalità positiva, se è il consumo di un bene da parte di un individuo rende più felici gli altri. Una persona può sentirsi più felice se sa che i bambini dei suoi vicini non soffrono la fame.
Al contrario, nel caso di invidia, a parità di consumi una persona può sentirsi più infelice se sa che il vicino si è potuto permettere l'automobile costosa che lui non potrà mai avere.
In questi casi l'interdipendenza tra le funzioni di utilità è quella tipica dell'esternalità:

[40] $$U^h = U^h\left(x_h, z_h \middle| z_k\right)$$

dove il consumo del bene *z* da parte dell'individuo *k* influenza l'utilità di *h*. Il caso di altruismo è caratterizzato da $\partial U^h / \partial z_k > 0$, mentre nel caso nell'invidia avremo $\partial U^h / \partial z_k < 0$.

Un altro modo per rappresentare l'altruismo o l'invidia può essere quello che considera come argomento della funzione di utilità direttamente il livello di utilità di un'altra persona. Per l'altruista non è importante un determinato tipo di bene consumato, ma semplicemente il fatto che il livello di utilità di un'altra persona sia elevato. Per l'invidioso può essere importante il fatto che il vicino abbia una nuova costosa automobile, non in quanto ne vorrebbe una uguale, ma in quanto vorrebbe avere il suo reddito per spenderlo in un altro modo.

Per illustrare quest'ultimo tipo di esternalità ipotizziamo una collettività composta dai due individui *A* e *B*, con redditi iniziali $\overline{M}^A$ e $\overline{M}^B$. Lo stato massimizza il benessere sociale $W\left(U^A, U^B\right)$ redistribuendo le risorse iniziali dei due individui. L'individuo *A* è altruista e ha una funzione di utilità del tipo $U^A = V^A\left(M^A, U^B\right)$, con $V_B^A = \partial V^A / \partial U^B > 0$, mentre *B* è egoista e non si cura dell'altro, per cui $U^B = V^B\left(M^B\right)$.

Nella funzione di utilità entrano i redditi dopo la redistribuzione $M^h = \overline{M}^h + \tau^h$, in cui τ^h è un sussidio se positivo e un'imposta se negativo. Come nel modello di sola redistribuzione del paragrafo 1.5, il problema di massimo per lo stato è il seguente:

[41] $$\max_{\tau_A, \tau_B} L = W\left(U^A, U^B\right) - \mu\left(\tau^A + \tau^B\right)$$

Le condizioni per un massimo portano a:

[42] $$W_A \lambda_A = W_A V_B^A \lambda_B + W_B \lambda_B$$

in cui $\lambda_h = \partial V^h / \partial M^h$ sono le utilità marginali del reddito.

La condizione di equità interpersonale ottenuta in assenza di altruismo:

[43] $$W_A \lambda_A = W_B \lambda_B$$

implica l'uguaglianza della valutazione sociale marginale dei redditi dopo la redistribuzione. In caso di funzione del benessere sociale anonima e se gli individui hanno la stessa funzione di utilità si ottiene l'uguaglianza dei redditi dopo la redistribuzione.

Con la presenza di altruismo e di anomimità, invece, risulta $\lambda_A > \lambda_B$, in quanto il termine $V_B^A > 0$. A causa dell'utilità marginale decrescente del reddito, questo implica $M^A < M^B$. L'individuo *A* risulta penalizzato dal suo altruismo in termini di reddito, ma risulta ripagato dal fatto che *B* raggiunge un livello elevato di utilità.

Oltre alla redistribuzione pubblica di risorse esiste anche una soluzione privata per l'esternalità dovuta all'altruismo: l'individuo altruista può decidere di trasferire una parte del suo reddito all'altro individuo, cosicché la soluzione ottimale si raggiunge direttamente, sempre che l'individuo *B* accetti la donazione.

Nel caso dell'invidia, invece, possiamo utilizzare la derivazione precedente assumendo *A* sia invidioso e che quindi $V_B^A = \partial V^A / \partial U^B < 0$. La condizione di ottimo sociale prima ottenuta implica questa volta che in caso di anomimità $\lambda_A < \lambda_B$, di conseguenza $M^A > M^B$. Rispetto alla soluzione senza esternalità, l'individuo *B* è penalizzato dall'invidia di *A*.
Sembra improbabile, però, che lo stato massimizzi il benessere sociale tenendo conto dell'invidia tra i suoi cittadini. Anche la soluzione privata sembra in questo caso poco praticabile: l'individuo invidioso dovrebbe riuscire a convincere l'altro a regalargli una parte del suo reddito.

2.2 Scelte individuali con beni pubblici

Definizione di bene pubblico

Nel paragrafo dedicato alle esternalità abbiamo definito il *bene pubblico puro* come un bene che genera esternalità nel consumo. E' risultato importante definire il bene pubblico come un bene per il quale il consumo di altri è un perfetto sostituto rispetto al consumo di un individuo. Questo fatto distingue i beni pubblici dai *beni privati*, per i quali l'effetto del consumo degli altri sull'utilità dell'individuo è nullo.
Polarizzando l'attenzione sulla differenza tra beni pubblici e beni privati, è necessario definire due caratteristiche che i beni economici possono avere: la *rivalità nel consumo* e l'*escludibilità dal consumo*.
La *rivalità* nel consumo implica che la stessa unità di bene non possa essere consumata da più individui contemporaneamente. E' il caso di una mela, quale esempio di un bene privato, che non può essere mangiata da più di un individuo. Un bene pubblico, invece, può essere consumato contemporaneamente più persone: un esempio può essere un ponte, che non viene consumato dal passaggio di una sola persona.
L'*escludibilità* dal consumo è una caratteristica dell'offerta dei beni, per cui risulta possibile, attraverso un meccanismo tecnologico o istituzionale, escludere un individuo dal consumo del bene prodotto. In condizioni normali, il produttore di un bene privato può escludere qualsiasi individuo che si rifiuti di pagare il prezzo di mercato. Il bene pubblico, invece, a causa dell'esternalità generata, è immediatamente messo a disposizione di tutti appena qualcuno lo produce o lo acquista. E' il caso, ad esempio, della difesa armata da nemici esterni: chiunque risieda nel Paese è automaticamente protetto dall'esercito, che lo voglia o meno.
Risulta evidente da queste definizioni che il bene privato risulta caratterizzato da rivalità e da escludibilità, mentre il bene pubblico è caratterizzato dalle qualità opposte: *non rivalità* e *non escludibilità*.
Tra i due casi estremi del bene privato puro e del bene pubblico puro si possono identificare alcuni casi intermedi.
Nello schema 1 è riportato un percorso logico che permette di mettere in relazione la rivalità e l'escludibilità con i vari tipi di bene. Avendo un bene da classificare, per prima cosa possiamo chiederci se è rivale nel consumo. Poi possiamo chiederci se è possibile escludere un individuo dal suo consumo. Le risposte possibili sono le seguenti:

Schema 1 – *Classificazione dei beni economici: rivalità ed escludibilità*

		Rivalità nel consumo	
		Si	**No**
Escludibilità dal consumo	**Si**	Bene privato puro	Bene tariffabile
	No	Bene comune	Bene pubblico puro

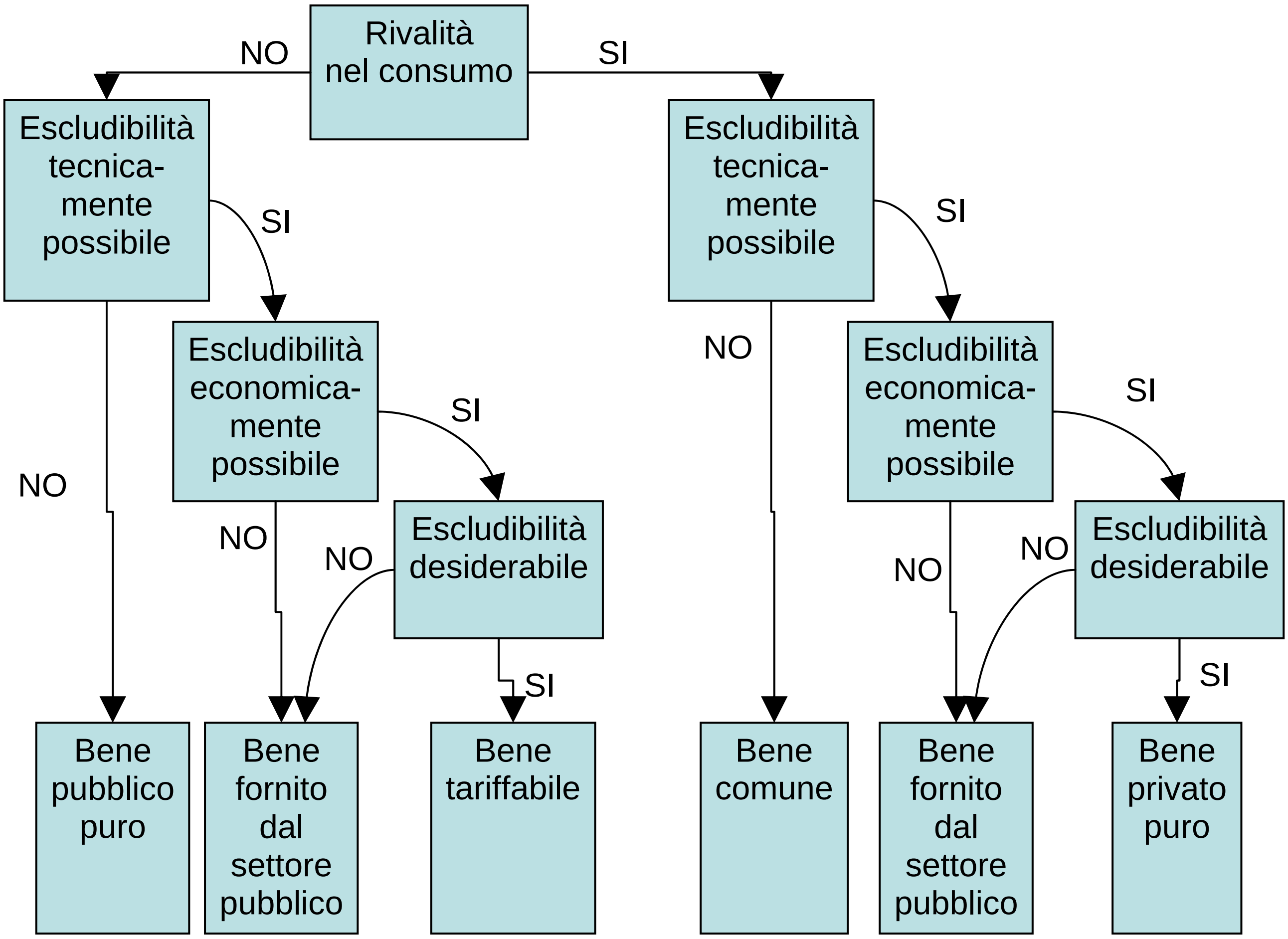
Per comprendere il significato delle definizioni appena date è necessario chiarire la differenza esistente tra *produzione* e *fornitura* di un bene. La produzione di un bene può essere sempre effettuata dal settore privato, mentre è importante distinguere se la fornitura è svolta dal settore privato o dal settore pubblico. Anche nel caso del bene pubblico puro è possibile che la produzione materiale sia effettuata da soggetti privati. Nel caso della difesa nazionale, non è importante che i carri armati siano prodotti da fabbriche pubbliche (cosa che peraltro non avviene quasi mai), piuttosto è determinante il fatto che sia lo stato ad acquistare i beni che servono alla difesa mettendoli a disposizione di tutti.
I beni *tariffabili* sono beni non rivali forniti dal settore privato sono beni non rivali per i quali è possibile l'esclusione, quindi anche un agente privato riesce a farsi pagare un prezzo dai singoli consumatori. Un esempio potrebbe essere una piscina gestita da privati: fino ad un limite ragionevole di affollamento la piscina è un bene pubblico, ma è possibile controllare l'ingresso degli individui e quindi far pagare un prezzo per l'utilizzo del bene.
I beni privati forniti dal settore pubblico sono invece beni per i quali esiste rivalità nel consumo e possibilità di esclusione, ma questa non è ritenuta desiderabile e quindi il bene viene messo a disposizione di tutti quelli che lo richiedono da parte dello stato. Un esempio potrebbe essere quello di medicinali particolarmente importanti e costosi.
Da questi esempi appare chiaro che la rivalità e l'escludibilità possono assumere valori non solo binari (*si* o *no*) ma anche gradazioni diverse.
Nel caso dell'escludibilità possiamo utilmente distinguere tra:

- escludibilità *tecnicamente possibile*
- escludibilità *economicamente possibile*
- escludibilità *desiderabile*.

Si dice che un bene è caratterizzato da *escludibilità tecnica* se esiste un meccanismo tecnologico tale da permettere l'individuazione del consumatore. E' tecnicamente possibile impedire a qualcuno l'utilizzo di un'autostrada costruendo un casello e pretendendo un pedaggio. E' impossibile, invece, escludere dal consumo dei servizi della difesa nazionale una particolare categoria di cittadini.
Una volta accertata la possibilità tecnica di esclusione, bisogna accertare se l'esclusione è *economicamente possibile*. Nel caso dell'autostrada, la costruzione dei caselli e lo stipendio dei casellanti potrebbero comportare dei costi non recuperabili con i pedaggi, per cui l'esclusione tecnica sarebbe non economicamente conveniente.
Infine, per un bene potrebbero essere possibili l'escludibilità tecnica e quella economica, ma la collettività potrebbe decidere di non escludere nessuno dal consumo (*bene di*

merito). E' il caso dell'istruzione scolastica: un bene privato fornito gratuitamente dallo stato.
Lo schema 2 illustra la classificazione descritta. Si noti che per avere un bene privato puro è necessario che questo sia rivale e che siano possibili tutti e tre i tipi descritti di esclusione. Per avere un bene pubblico puro è necessaria la non rivalità e una qualsiasi impossibilità di esclusione.

Schema 2 – *Classificazione dei beni economici: rivalità ed escludibilità tecnica, economica e desiderabile*



Per quanto riguarda la rivalità, questa potrebbe essere definita come la variazione del livello di utilità di un individuo derivante dalla presenza di un altro individuo in più. Data la quantità totale di un bene, Y, se la funzione di utilità dell'individuo h è definita sulla quantità di bene Y_h che rimane dopo il consumo degli altri $\phi(H)$, e se ciascuno consuma una unità di bene:

[44] $$U^h(Y^h) = U^h[Y - \phi(H)]$$

possiamo calcolare di quanto diminuisce l'utilità all'aumentare del numero totale di individui

[45] $$\frac{\partial U^h}{\partial H}=\frac{\partial U^h}{\partial Y^h}\frac{\partial Y^h}{\partial \phi}\frac{\partial \phi}{\partial H}$$

da cui, poiché $\partial Y^h / \partial \phi = -1$:

[46] $$\frac{\partial U^h}{\partial H}=-\frac{\partial U^h}{\partial Y^h}\frac{\partial \phi}{\partial H}$$

In caso di rivalità completa (*bene privato puro*) la variazione del consumo degli altri al variare del numero di individui è pari a:

[47] $$\frac{\partial \phi}{\partial H}=1$$

per cui la variazione di utilità dell'individuo *h* diminuisce del valore:

[48] $$\frac{\partial U^h}{\partial H}=-\frac{\partial U^h}{\partial Y^h}$$

Se invece il bene in questione è un *bene pubblico puro*, la quantità consumata da ciascuno è disponibile anche per altri, quindi:

[49] $$\frac{\partial \phi}{\partial H}=0$$

per cui la variazione di utilità dell'individuo *h* risulta nulla:

[50] $$\frac{\partial U^h}{\partial H}=0$$

Possono esistere casi intermedi, in cui la variazione della quantità $\phi(H)$ all'aumentare del numero di consumatori è compresa tra zero ed uno:

[51] $$0 \le \frac{\partial \phi}{\partial H} \le 1 \text{ e } 0 \ge \frac{\partial U^h}{\partial H} \ge -\frac{\partial U^h}{\partial Y^h}$$

In questi casi non siamo in presenza di completa rivalità o non rivalità, ma l'ingresso di un'ulteriore consumatore fa diminuire il grado di soddisfazione ottenuto dal bene. In questi casi si parla di *grado di congestione*. Un esempio potrebbe essere l'utilità che si ottiene utilizzando una strada pubblica. Se la strada è deserta permette di spostarsi tra l'abitazione e l'ufficio in un certo tempo, mentre se c'è molto traffico lo stesso percorso richiede un tempo ben maggiore, diminuendo l'utilità derivante dall'esistenza della strada. Analogamente, una piscina affollata non dà la stessa utilità di un piscina vuota. Lo stesso bene, in condizioni di utilizzo diverse, può essere più o meno *congestionato* e, quindi, essere più vicino ad un bene pubblico o ad un bene privato a seconda del grado di congestione.

Il consumo di beni pubblici

Passiamo ora a considerare cosa succede alla scelta ottima individuale quando siamo in presenza di beni pubblici.

Assumiamo che ogni individuo abbia una sua funzione di utilità $U^h(x_h, Y)$, in cui x_h è la quantità di bene privato x consumata dall'individuo h, mentre Y la quantità totale di bene pubblico esistente. Y entra per intero nella funzione di utilità di ogni singolo individuo a causa delle caratteristiche di non rivalità e di non escludibilità del bene, per cui Y_h=Y.

Il vincolo di bilancio dell'individuo h è dato da:

[52] $$M^h = p_x x_h + p_G^h Y$$

in cui M^h è il reddito monetario a disposizione, p_x è il prezzo di una unità di bene x e p_G^h è il prezzo pagato da h per ogni unità di bene pubblico.

Se supponiamo che p_x=1, allora il problema dell'individuo h si risolve nel massimizzare il livello di utilità dato il vincolo di bilancio:

[53] $$\max_{x_h, Y} L = U^h(x_h, Y) + \lambda_h \left[M^h - x_h - p_G^h Y\right]$$

Le condizioni di ottimo sono, come al solito:

[54] $$\frac{\partial U^h}{\partial x_h} - \lambda_h = 0$$

[55] $$\frac{\partial U^h}{\partial Y} - \lambda_h p_G^h = 0$$

[56] $$M^h - x_h - p_G^h Y = 0$$

da cui si ottiene la condizione di ottimo:

[57] $$\frac{\partial U^h / \partial Y}{\partial U^h / \partial x_h} = p_G^h$$

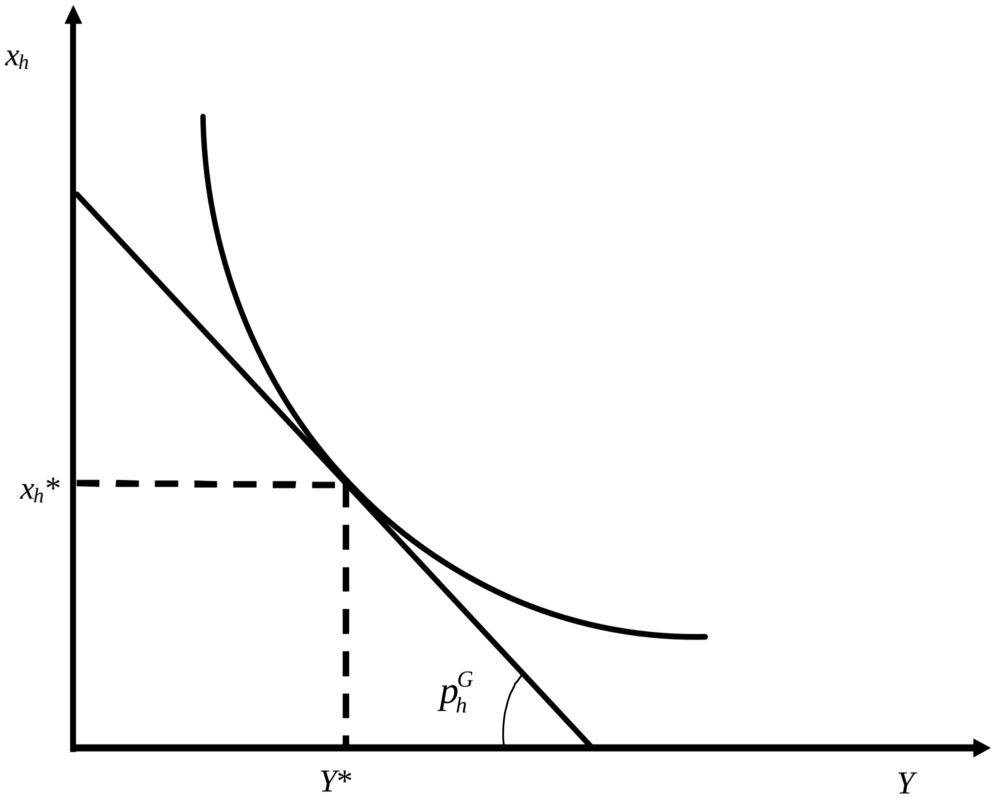
La condizione di ottimo può essere espressa come uguaglianza del saggio marginale di sostituzione tra Y e x e il prezzo relativo del bene pubblico rispetto al bene privato:

[58] $$-SMS_{x,Y}^h = p_G^h$$

Il significato della [58] è che *la sua volontà marginale a pagare* per ogni unità di bene pubblico deve eguagliare il prezzo p_G^h. In questo caso p_G^h è un prezzo *personalizzato*, relativo cio al solo individuo h.

La figura 1 illustra la condizione di ottimo. Come nel caso dei beni privati, anche con il bene pubblico la condizione in termini grafici è la tangenza della curva di indifferenza più elevata con il vincolo di bilancio, per un dato valore del prezzo p_G^h.

Figura 1– *Scelta ottima del consumatore in presenza di bene pubblico*



Se varia il prezzo del bene pubblico p_G^h, a parità di reddito e del prezzo di *x*, si ottengono diversi punti di tangenza con diverse quantità desiderate di bene privato e di bene pubblico (figura 2). Con le combinazioni di p_G^h e delle relative quantità di bene pubblico è possibile costruire un'usuale curva di domanda per ciascun individuo (figura 3).

Figura 2– *Scelta ottima del consumatore al variare di* p_h^G

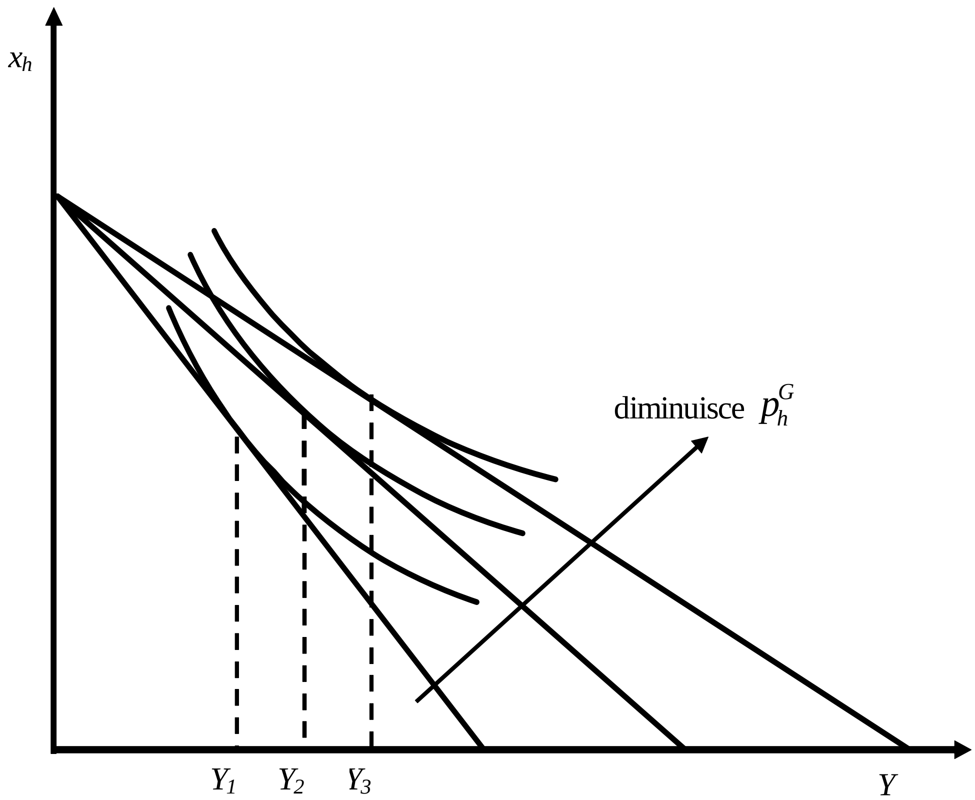
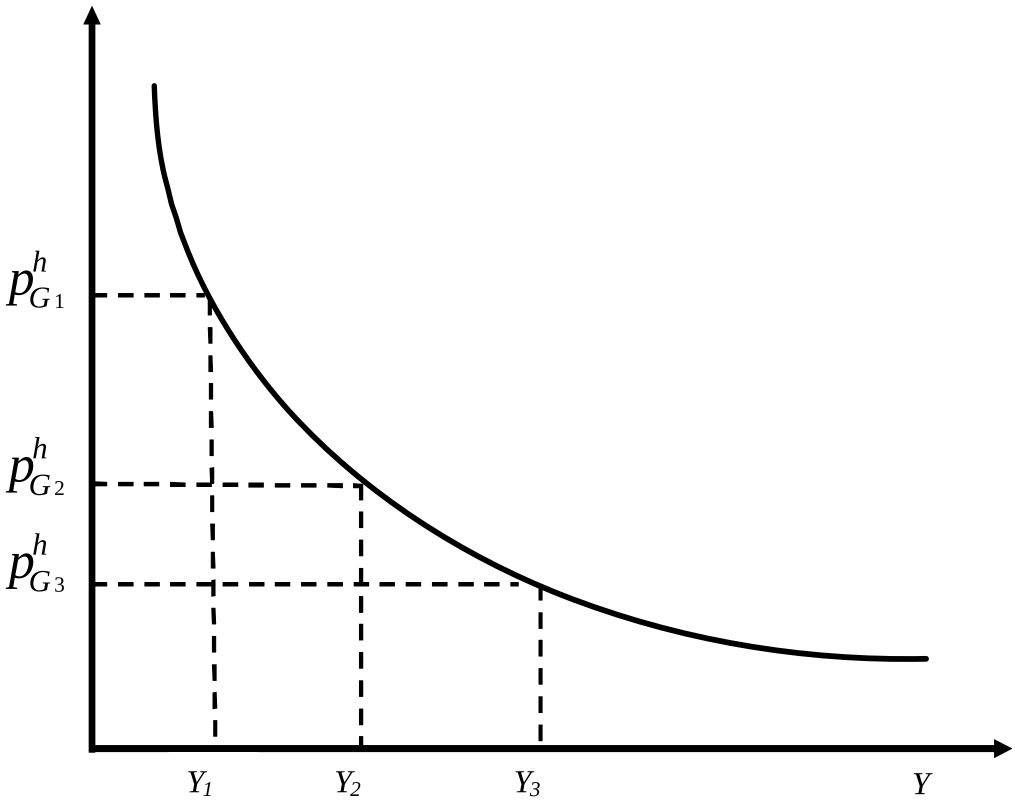


Figura 3– *Domanda individuale di bene pubblico*

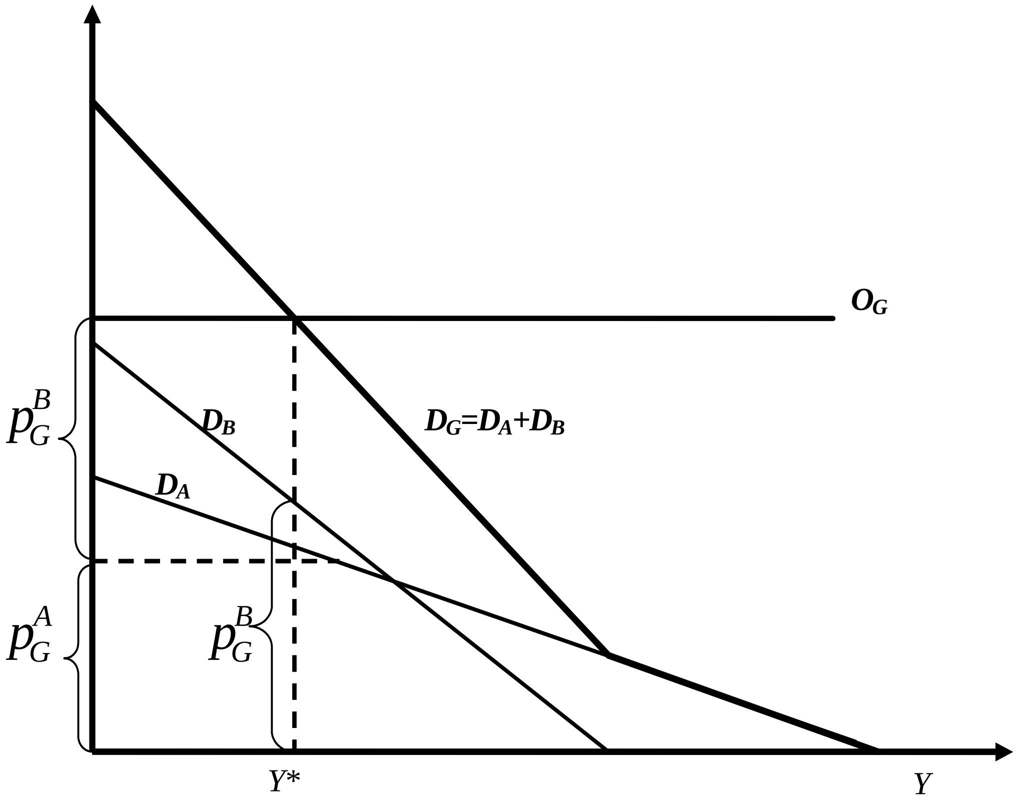


Siccome ogni individuo è disposto a pagare qualcosa per la quantità di bene pubblico goduta simultaneamente da tutti, nel complesso la collettività è disposta a pagare la somma dei prezzi p_G^h per ogni unità di bene pubblico:

[59] $$p_G = \sum_h p_G^h = -\sum_h SMS_{x,Y}^h$$

Graficamente questa affermazione corrisponde alla *somma verticale* delle curve di domanda individuale. In corrispondenza di ciascuna quantità *Y*, ogni individuo della collettività è disposto a pagare la somma p_G^h rintracciabile sulla sua curva di domanda. Tutti assieme, gli individui sono quindi disposti a pagare la somma dei loro saggi marginali di sostituzione. La curva di domanda nel mercato del bene pubblico è perciò data dalla somma verticale delle curve di domanda individuali. Data una curva di offerta per il bene pubblico, l'incrocio con la curva di domanda aggregata individua la quantità di bene pubblico da produrre Y^* e la ripartizione del costo totale tra gli individui. Nella figura 4 sono rappresentate le curve di domanda di due individui (D_A e D_B), la domanda aggregata per somma verticale (D_G) e la curva di offerta per il bene pubblico, ipotizzata, per semplicità infinitamente elastica (O_G). I prezzi pagati dai due individui sono rispettivamente p_G^A e p_G^B.

Figura 4– *Equilibrio nel mercato dei beni pubblici*



Il semplice modello appena esposto puòessere riformulato nel modo seguente. Sempre assumendo che il reddito M^h sia dato per ogni individuo e che il prezzo del bene privato sia pari all'unità, definiamo il vincolo di bilancio in modo che la parte destinata al bene pubblico sia:

[60] $$g_h = p_G^h Y$$

come se fosse un'imposta da pagare. Il vincolo di bilancio diventa allora:

[61] $$M^h = x_h + g_h$$

Se imponiamo che il valore del bene pubblico G=$p_G Y$ sia interamente finanziato dal gettito dell'imposta $T = \sum_h g_h$, allora otteniamo il pareggio del vincolo di bilancio dello stato G=T, ovvero:

[62] $$p_G Y = \sum_h g_h$$

Definiamo con t_h la quota del *valore* del bene pubblico pagata dall'individuo h:

[63] $$t_h = \frac{g_h}{T} = \frac{g_h}{G}$$

da cui si ottiene:

[64] $$g_h = t_h G$$

Dalla definizione di t_h, inoltre, risulta sempre:

[65] $$\sum_h t_h = \frac{\sum_h g_h}{T} = \frac{G}{T} = 1$$

Sostituendo $p_G^h Y = g_h = t_h G$, il vincolo di bilancio diventa:

[66] $$M^h = x_h + t_h G$$

in cui la parte di reddito dedicata al bene pubblico dipende dal *valore* totale del bene pubblico e dalla *quota di contribuzione* t_h. Tale quota di contribuzione è detta anche *prezzo-imposta* (*tax-price*), in quanto si comporta come un prezzo nel vincolo di bilancio individuale.
Con questo vincolo di bilancio è possibile ripetere la massimizzazione dell'utilità individuale, rispetto alla quantità del bene privato x_h e al valore del bene pubblico G:

[67] $$\max_{x_h, G} L = U^h(x_h, G) + \lambda_h \left[M^h - x_h - t_h G\right]$$

Le condizioni del primo ordine sono:

[68] $$\frac{\partial U^h}{\partial x_h} - \lambda_h = 0$$

[69] $$\frac{\partial U^h}{\partial G} - \lambda_h t_h = 0$$

[70] $$M^h - x_h - t_h G = 0$$

da cui si ottiene la condizione di ottimo:

[71] $$\frac{\partial U^h / \partial G}{\partial U^h / \partial x_h} = t_h$$

In termini di saggio marginale di sostituzione la condizione diventa:

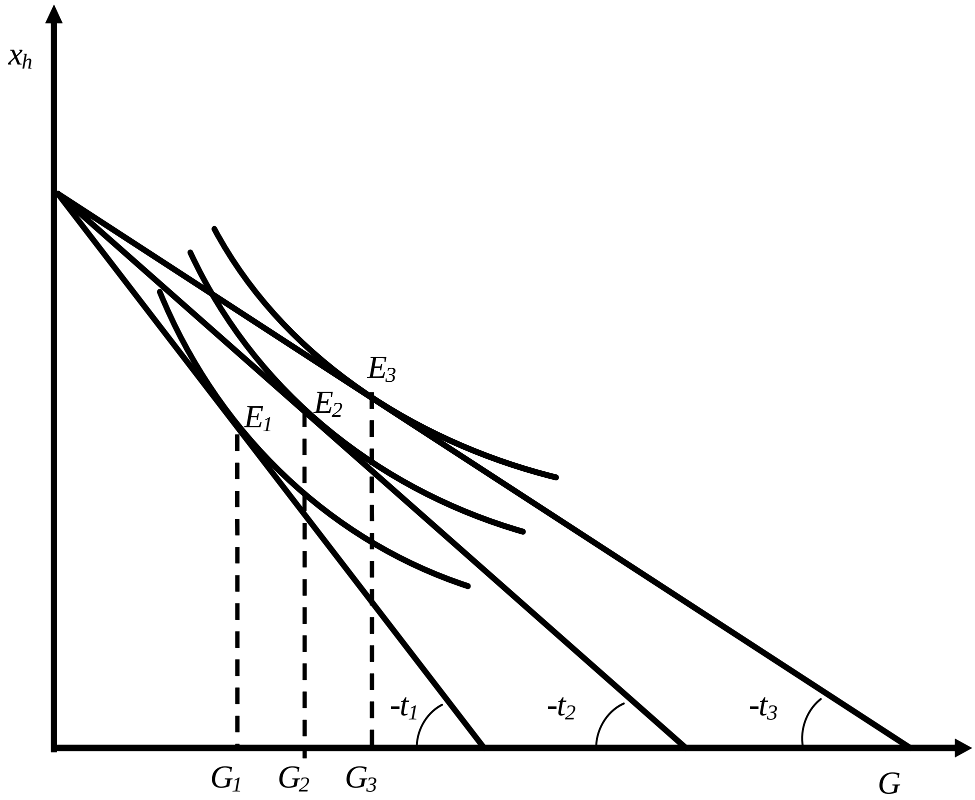
[72] $$-SMS^h_{x,G} = t_h$$

L'aggregazione delle condizioni individuali di ottimo porta invece alla seguente condizione di equilibrio per il mercato del bene pubblico:

[73] $$-\sum_h SMS^h_{x,G} = \sum_h t_h = 1$$

La somma dei saggi marginali di sostituzione risulta pari ad uno in quanto è uno, per definizione, la somma delle quote di contribuzione. I saggi marginali di sostituzione sono definiti, questa volta, sul *valore* del bene pubblico, quindi la condizione di equilibrio per il mercato è che la somma delle volontà marginali a pagare sia pari all'ultimo euro speso per il bene pubblico.
Graficamente è possibile trovare il valore ottimo di bene pubblico *G* variando la quota di contribuzione t_h (figura 5).

Figura 5– *Scelta ottima del consumatore al variare di* t_h



E' possibile dimostrare che si tratta di un ottimo paretiano considerando le curve di indifferenza dell'individuo nello spazio (G, t_h) della figura 6.
Derivando per x_h il suo valore dedotto dal vincolo di bilancio [66] $x_h = M^h - t_h G$ e inserendolo nella definizione di funzione di utilità della massimizzazione [67] si ottine la funzione di utilità in funzione di G: $U^h\left(M^h{}_h - t_h G, G\right)$. La curva di indifferenza nello spazio (G, t_h) si può ottenere variando G e t_h a parità di livello di utilità:

[74] $$\overline{U} = U^h\left(M^h - t_h G, G\right)$$

da cui:

[75] $$d\overline{U} = U_x \frac{dx}{dt}dt + U_x \frac{dx}{dG}dG + U_G dG$$

Dal vincolo di bilancio sappiamo che $\frac{dx}{dt} = -G$ e $\frac{dx}{dG} = -t$. Inoltre, poiché l'utilità è mantenuta costante: $dU = 0$, per cui si può riscrivere la [75] nel modo seguente:

[76] $$0 = -GU_x dt - tU_x dG + U_G dG$$

Da cui:

[77] $$GU_x dt = [U_G - tU_x]dG$$

E quindi:

[78] $$\frac{dt}{dG} = \frac{U_G - tU_x}{GU_x} = \frac{U_G / U_x - t}{G}$$

Che è la pendenza della curva di indifferenza tra *G* e t_h.. Nel punto di ottimo sappiamo dalla [71] che $U_G / U_x = t_h$, quindi la pendenza della curva di indifferenza è nulla:

[79] $$\frac{dt}{dG} = \frac{U_G / U_x - t_h}{G^*} = \frac{t_h - t_h}{G^*} = 0$$

A parità di t_h, a valori inferiori di $G<G^*$ corrisponderanno valori superiori di consumo per x_h (dato il vincolo di bilancio) e quindi, per l'ipotesi di utilità marginale decrescente, valori superiori di U_G e valori inferiori di U_x. Per questo motivo risulterà $U_G / U_x > t_h$ e la pendenza della curva di indifferenza [78] sarà positiva.
Sempre a parità di t_h, a valori superiori di $G<G^*$ corrisponderanno valori inferiori di consumo per x_h e, di conseguenza, valori inferiori di U_G e valori superiori di U_x. Per questo motivo risulterà $U_G / U_x < t_h$ e la pendenza della curva di indifferenza [78] sarà negativa.
Riassumendo, le curve di indifferenza nello spazio (G, t_h) hanno pendenza positiva prima del punto di ottimo, pendenza nulla nel punto di ottimo e pendenza negativa per valori maggiori ancora di G (figura 6).
Dalla figura 7, unendo i punti di ottimo trovato al variare della quota di contribuzione *t* , dalle coppie (t_h, G) è possibile costruire la curva di domanda dell'individuo *h* per *G* in funzione della quota di contribuzione: $G_h = G_h(t_h)$, che riassume i punti di ottimo individuale.

L'equilibrio del mercato si ottiene, ancora una volta, nel punto in cui al somma verticale delle curve inverse di domanda, $t_h = t_h(G)$, è pari all'unità (figura 8):

[80] $$\sum_h t_h = \sum_h t_h(G) = 1$$

L'equilibrio trovato è un ottimo paretiano, in quanto tutti gli individui stanno massimizzando la loro rispettiva funzione di utilità e, dati i prezzi e i redditi, nessuno preferisce una situazione diversa.

Figura 6– *Scelta ottima del consumatore al variare di* t_h *nello spazio* (G, t_h)

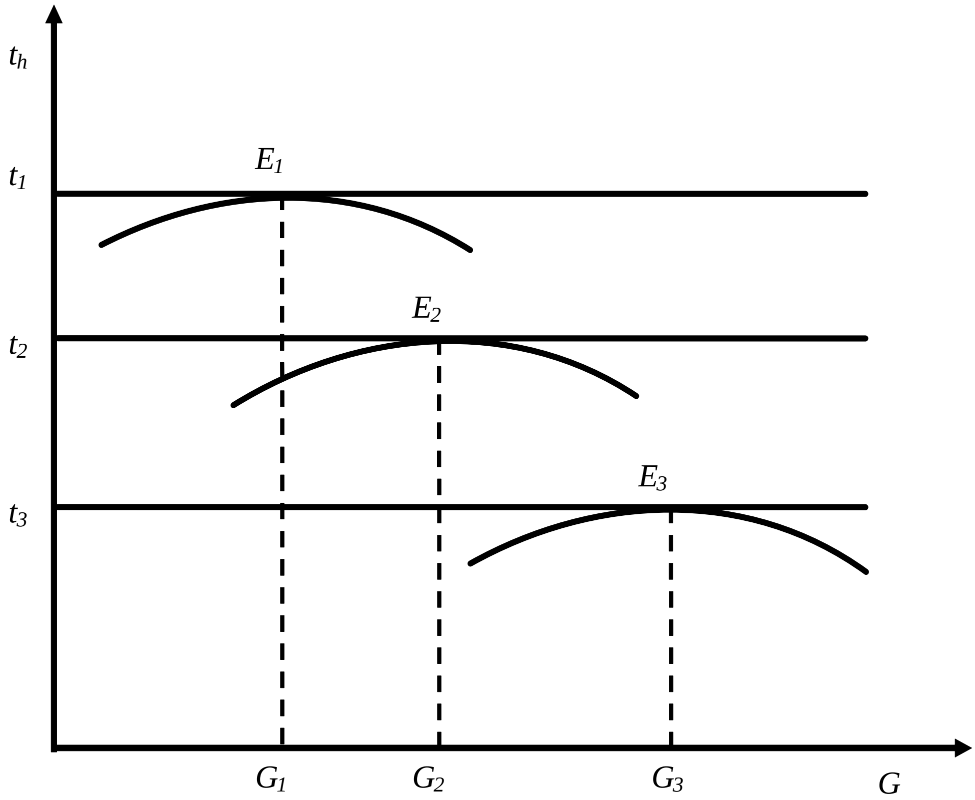


Figura 7– *Curva di domanda di bene pubblico in funzione della quota di contribuzione*

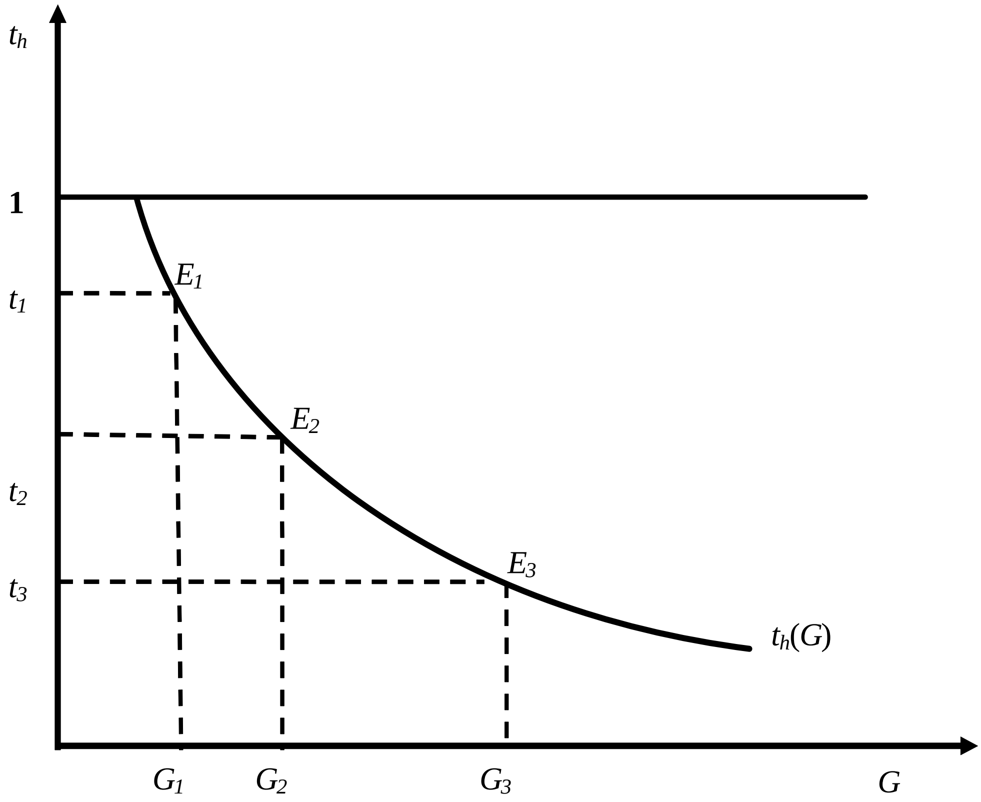
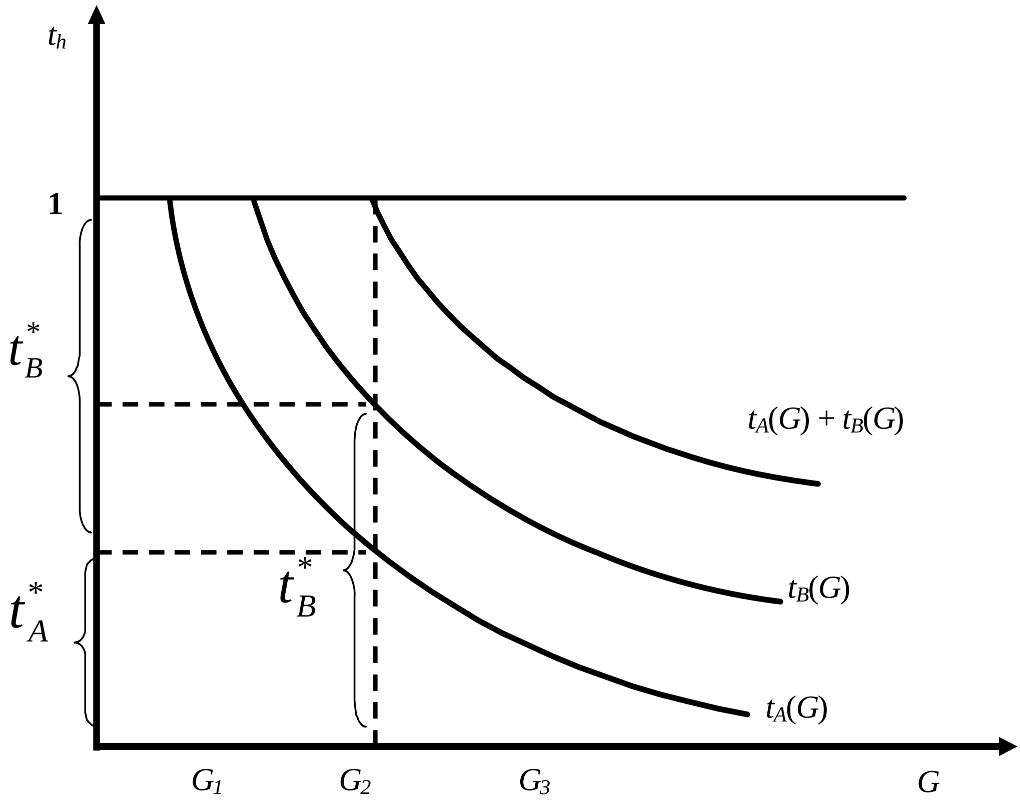


Figura 8– *Equilibrio nel mercato del bene pubblico con le quote di contribuzione*



2.3 Equilibrio economico generale con beni pubblici: il modello di Lindhal

Le ipotesi

Il modello proposto nel 1919 da Erik Lindhal è sostanzialmente un tentativo di replicare i risultati della teoria dell'equilibrio economico generale in presenza di beni pubblici.

In una economia in cui sono presenti solo beni privati le funzioni di domanda rispecchiano la volontà a pagare, in quanto se un individuo vuole avere un bene deve essere disposto a pagare il prezzo di mercato. Le caratteristiche di rivalità ed escludibilità dei beni privati fanno s che non si ponga un problema di *corretta rivelazione delle preferenze*, in quanto solo in questo modo un individuo può ottenere il bene voluto. Il fatto che un individuo acquisti una certa quantità di bene al prezzo di mercato significa inequivocabilmente che l'utilità che ne deriva è maggiore rispetto a qualsiasi altro acquisto.

Con i beni pubblici, invece, gli individui possono avere un interesse a non rivelare correttamente le loro preferenze. La *non rivalità* e la *non escludibilità* proprie dei beni pubblici rendono possibile il consumo anche senza spendere, se la quantità messa a disposizione dal consumo degli altri è sufficiente. Nei termini del paragrafo precedente, un individuo massimizza la sua utilità se eguaglia il saggio marginale di sostituzione alla sua quota di contribuzione acquistando la quantità di bene privato $x_h^*\left(M^h, t_h\right)$ e dichiarando di essere disposto a pagare una quota t_h del valore totale del bene pubblico desiderato $G_h^*\left(M^h, t_h\right)$. Questo non esclude, però, che lo stesso individuo possa godere di un livello di utilità ancora maggiore se riesce ad ottenere lo stesso livello di bene pubblico senza contribuire al suo acquisto, dedicando tutto il suo reddito al bene privato. In generale, infatti, sarà:

[81] $$U^h\left(x_h = M^h, G_h^*\right) > U^h\left(x_h*, G_h^*\right)$$

Se il numero di individui è molto grande, la mancata contribuzione di un solo individuo non comporterà una grande differenza nel valore del bene pubblico, per cui è molto probabile che la disuguaglianza si verifichi e che l'individuo sia spinto a dichiarare che non è disposto a contribuire. Questo comportamento viene detto di *free riding*, mentre *free rider* è l'individuo che lo mette in atto. In generale, *free riding* identifica un comportamento in cui l'individuo rifiuta il suo contributo all'acquisto del bene pubblico. In questo caso, il *free riding* si attua attraverso una *non corretta*, o *disonesta*, rivelazione delle preferenze: l'individuo ricava un beneficio dalla presenza del bene pubblico ma volontariamente lo sottostima.

Con queste premesse, è arduo pensare che i risultati dell'equilibrio economico generale possano essere replicati in presenza di beni pubblici. Il modello di Lindhal, però, è volutamente basato sull'ipotesi di onesta rivelazione delle preferenze individuali al fine di ottenere una soluzione di riferimento. Il modello di Lindhal rappresenta il migliore dei mondi possibili, in cui tutti i cittadini dichiarano le vere preferenze e si tassano volontariamente. Per questo la soluzione del modello di Lindhal viene detta *soluzione cooperativa* del problema dell'ottima fornitura di beni pubblici. Eventuali altre ipotesi di comportamento individuale potranno essere confrontate con la soluzione del modello di Lindhal per identificare eventuali inefficienze.

Il modello

Riprendiamo il modello del consumatore che massimizza la sua utilità in presenza di bene pubblico:

[82] $$\max_{x_h, G} L = U^h(x_h, G) + \lambda_h \left[M^h - x_h - t_h G\right]$$

Dalle condizioni del primo ordine abbiamo ottenuto la condizione di ottimo:

[83] $$\frac{\partial U^h / \partial G}{\partial U^h / \partial x_h} = t_h$$

che, in termini di saggio marginale di sostituzione, diventa:

[84] $$-SMS^h_{x,G} = t_h$$

Abbiamo visto che variando la quota di contribuzione l'individuo reagisce variando il valore totale di bene pubblico desiderato.

In una collettività composta da due individui avremo per ognuno una curva di domanda in funzione delle rispettive quote di contribuzione. Assumendo che i due individui cooperino al fine di trovare la soluzione migliore al problema, si tratta di trovare quel livello di bene pubblico che viene interamente finanziato dalle contribuzioni dei due e che corrisponde ad una scelta ottima per ognuno. A questo scopo è possibile costruire una *scatola* analoga a quella di Edgeworth, tenendo presente che questa volta il bene pubblico è goduto simultaneamente da entrambi gli individui.

Nella figura 9 l'asse orizzontale rappresenta il valore del bene pubblico per entrambi i consumatori. Il vertice in basso a sinistra rappresenta l'origine degli assi per l'individuo *A*, mentre il vertice in alto a sinistra è l'origine per l'individuo *B*. L'asse verticale rappresenta le quote di contribuzione, da O_A verso l'alto per t_A e da O_B verso il basso per t_B. La somma delle due quote deve essere 1, quindi l'asse verticale varia da 0 a 1.

La curva inversa di domanda $t_A = t_A(G)$ è posizionata nel modo usuale rispetto all'origine O_A, mentre $t_B = t_B(G)$ è capovolta perché relativa all'origine O_B.

Nel punto in cui le due curve inverse di domanda si incrociano abbiamo che la somma delle quote di contribuzione è pari a uno:

[85] $$t_A(G) + t_B(G) = 1$$

Risolvendo l'equazione si ottiene il valore di equilibrio del bene pubblico G^*. Dalla funzione inversa di domanda di *A* si ottiene poi t_A^* e poi per differenza $t_B^* = 1 - t_A^*$.

Alternativamente, quando le due curve di domanda si incrociano abbiamo l'uguaglianza del valore di bene pubblico desiderato dai due individui:

[86] $$G_A(t_A) + G_B(1 - t_A) = 1$$

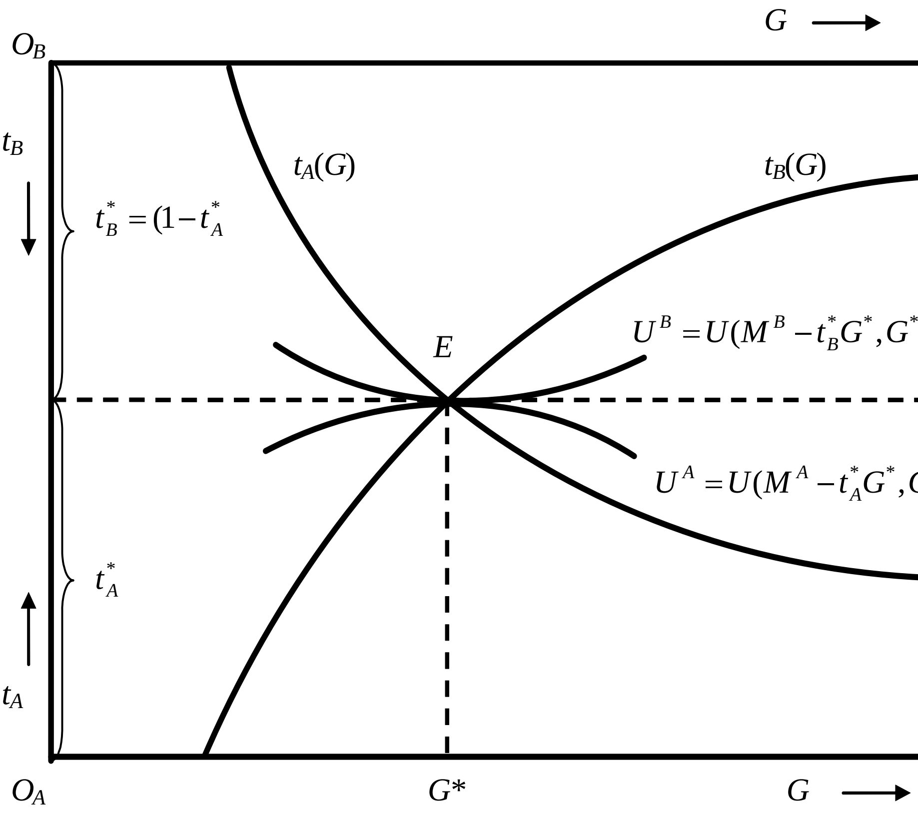
Risolvendo l'equazione si ottiene il valore di equilibrio della quota di contribuzione di *A*: t_A^*. Da questa si ottiene poi $t_B^* = 1 - t_A^*$ e il valore del bene pubblico $G^* = G_A(t_A^*) + G_B(t_B^*)$.

E' importante considerare che nel punto di equilibrio si verificano le seguenti condizioni:

a) la somma delle quote di contribuzione è pari all'unità: $t_A^* + t_B^* = 1$;

b) il bene pubblico desiderato da ciascuno in relazione alle quote di contribuzione assegnate è proprio pari a G^*;
c) entrambi i consumatori stanno massimizzando il loro benessere individuale, dato che le curve di domanda riassumono i punti di ottimo.

Figura 9– *Modello diLindhal: scatola di Edgeworth con bene pubblico*



I teoremi fondamentali dell'economia del benessere con beni pubblici

Anche nel caso del modello di Lindhal possono essere dimostrati *due teoremi fondamentali* dell'economia del benessere in presenza di beni pubblici:

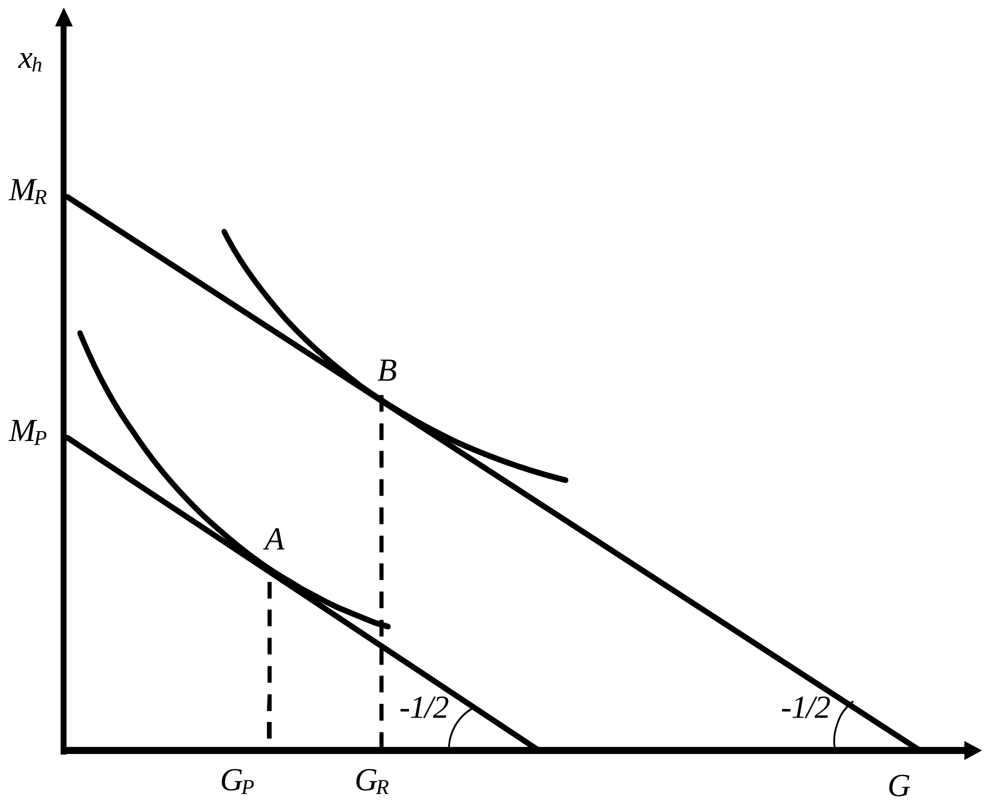
Primo teorema:
un equilibrio di Lindhal, se esiste, è un ottimo paretiano.

Secondo teorema:
se le preferenze sono convesse, ogni punto di ottimo secondo Pareto può essere un equilibrio di Lindhal se le risorse sono redistribuite (senza costi) mediante tasse e sussidi di tipo lump sum.

Il primo teorema è dimostrato intuitivamente osservando ancora la figura 9: dal punto di equilibrio non è possibile muoversi senza danneggiare uno dei due consumatori, in quanto nel punto *E* le curve di indifferenza dei due individui sono tangenti e non è possibile aumentare l'utilità di uno senza diminuire quello dell'altro.
Il secondo teorema afferma, invece, che se sono possibili redistribuzioni senza costi mediante tasse e sussidi, allora qualsiasi punto efficiente può essere raggiunto. Per illustrare questo secondo teorema è utile formulare un esempio.

Ipotizziamo due individui, il povero P e il ricco R, con identiche funzioni di utilità ma con redditi diversi: $M_P<M_R$. Se le quote di contribuzione sono inizialmente fissate uguali ($t_P=t_R=1/2$), allora il ricco e il povero massimizzano l'utilità chiedendo di consumare, rispettivamente, i livelli $G_P(t_P=1/2, M_P)$ e $G_R(t_R=1/2, M_R)$. Come si vede dalla figura 10 i due livelli di bene pubblico richiesti non sono uguali: date le mappe di curve di indifferenza tracciate, il ricco chiede un valore più elevato del povero in quanto ha più risorse iniziali a disposizione. Far pagare a ciascuno il 50% della spesa per il bene pubblico, quindi, non porta ad un equilibrio di Lindhal.

Figura 10– *Modello di Lindhal. Situazione iniziale per il ricco (R) e per il povero (P)*



Per avvicinarci alla soluzione di Lindhal dobbiamo notare che il ricco vuole avere *troppo* bene pubblico rispetto al povero e, viceversa, che il povero vuole avere *troppo poco* bene pubblico rispetto al ricco. Un modo per avvicinare i due livelli desiderati è quello di aumentare il costo per il ricco e di diminuire il costo per il povero. Questo equivale a variare le quote di contribuzione per i due individui e, di conseguenza, a variare l'inclinazione dei loro vincoli di bilancio. Nella figura 11 t_R è aumentato e t_P è diminuito fino a raggiungere una situazione in cui i due individui massimizzano l'utilità in corrispondenza dello stesso livello di bene pubblico G^*. A scopo esemplificativo, ipotizziamo che tale situazione si verifichi per $t_P=1/4$, per cui:

[87] $$G^*=G_P(1/4, M_P)=G_R(3/4, M_R).$$

Nella figura 11 e nella figura 12 (punto C) si mostra l'equilibrio trovato: infatti la somma delle quote di contribuzione è pari a 1 e i due individui desiderano lo stesso livello di bene pubblico. Poiché le due curve di indifferenza sono tangenti tra loro non è possibile migliorare la posizione di un individuo senza danneggiare l'altro. Come previsto dal primo teorema, l'equilibrio di Lindhal trovato è un ottimo paretiano.

Figura 11– *Modello di Lindhal. Situazione finale per il ricco (R) e per il povero (P)*

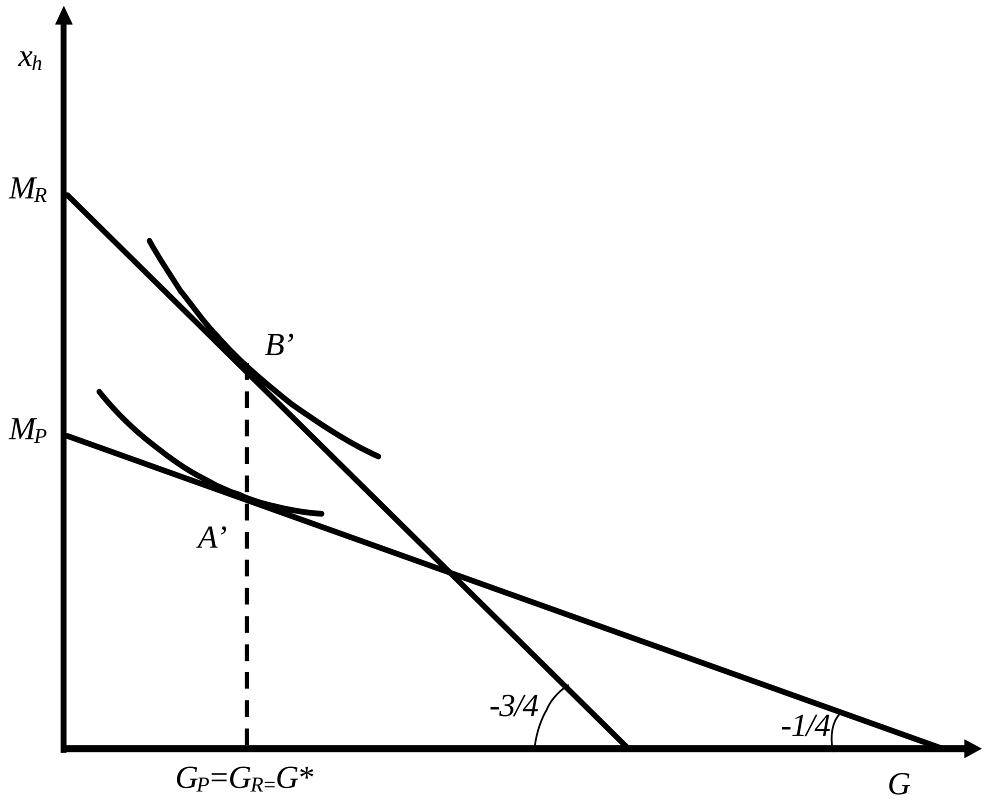
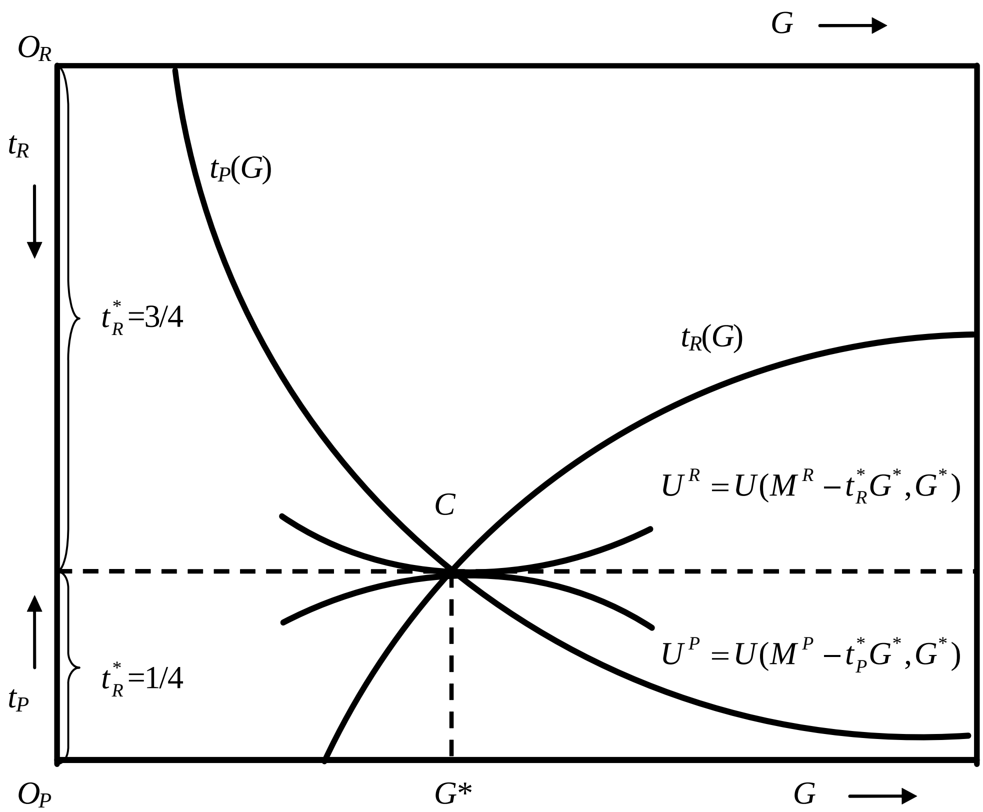


Figura 12– *Modello diLindhal: scatola di Edgeworth con bene pubblico*



Esiste però un altro modo per arrivare a far desiderare ai due individui lo stesso livello di bene pubblico: poiché le due funzioni di utilità sono uguali, i due individui vorranno lo stesso livello di bene pubblico se dotati dello stesso reddito. Questo significa che una soluzione di Lindhal può essere trovata spostando una parte di reddito dal ricco al povero. Se diamo a tutti e due il reddito medio $\overline{M} = (M_P + M_R)/2$, abbiamo di fatto tolto all'individuo ricco l'imposta $T = M_R - \overline{M}$ e dato al povero un sussidio di pari valore $S = T = \overline{M} - M_R$. Tale redistribuzione è ipotizzata senza costi in quanto tutto quello che viene tolto al ricco va al povero, senza che nulla si perda nell'operazione. Dopo la redistribuzione entrambi gli individui desiderano il livello di bene pubblico $\hat{G}$:

[88] $$\hat{G} = G_P(1/2,\ \overline{M} = M_P + T) = G_R(1/2,\ \overline{M} = M_R - T).$$

Questo illustra il secondo teorema fondamentale dell'economia del benessere con beni pubblici: la redistribuzione mediante tasse e sussidi ci ha portato ad un ottimo paretiano diverso da quello di partenza. Analogamente, possiamo trovare qualsiasi altro punto di ottimo paretiano variando opportunamente il valore delle tasse e dei sussidi e le quote di contribuzione. Per ottenere un ottimo paretiano possiamo quindi agire in due modi:

a) variando le quote di contribuzione dati i redditi, come nel modello di Lindhal;
b) redistribuendo i redditi date le quote di contribuzione.

2.4 Free riding: il dilemma del prigioniero

Le ipotesi

Abbiamo visto che la soluzione cooperativa di Lindhal ha portato ad una configurazione di consumi in cui ogni individuo massimizza la sua utilità e l'economia, nel complesso, raggiunge un punto efficiente.

La rivelazione onesta delle preferenze che è stata ipotizzata per raggiungere quel risultato potrebbe essere descritta come un mondo in cui tutti si fidano degli altri e nessuno cerca di raggiungere livelli maggiori di benessere alle spese degli altri. Un mondo diverso è quello ipotizzato dal modello presentato in questo paragrafo, in cui ciascun individuo attua un *comportamento strategico*, cioè si rende conto delle possibili azioni che ha disposizione e delle possibili risposte che potrebbero venire dagli altri.
Il modello qui illustrato è una semplice applicazione della teoria dei giochi, in cui due individui devono decidere simultaneamente se contribuire o meno all'acquisto del bene pubblico. Ciascuno sa quali sono le azioni a disposizione dell'altro (contribuire o non contribuire) e anche quale sarà il beneficio che ciascuno trarrà in seguito all'azione intrapresa. In assenza di informazioni su quale sarà l'effettiva azione dell'altro e in mancanza di accordi preventivi vincolanti, ciascun individuo attua una strategia *prudente* cercando di minimizzare le perdite. In altre parole, l'incertezza riguardo al risultato finale, che non dipende solo dalla sua azione ma anche da quella dell'altro, porta ogni individuo a valutare non solo il valore massimo di utilità che un'azione può assicurare, ma anche il valore minimo che tale azione può portare se l'altro si comporta nel modo più sfavorevole. La strategia che ne segue, detta strategia *maximin*, deriva dalla presenza contemporanea di incertezza e avversione al rischio e consiste nell'intraprendere *l'azione che assicura l'utilità più elevata anche nel caso più sfortunato*.

Il modello

Per illustrare il dilemma del prigioniero utilizziamo uno schema semplificato.
Due individui devono decidere simultaneamente, ognuno senza conoscere l'azione dell'altro, se contribuire o meno alla spesa per la fornitura del bene pubblico. La spesa totale per il bene è fissata ed è pari $\overline{G}$. Se un individuo decide di contribuire deve pagare una parte della spesa pari a:

[89] $$t_h = \frac{1}{n}$$

in cui n è il numero dei contribuenti effettivi. Se tutti e due decidono di contribuire, allora pagheranno $G/2$ ciascuno. Se uno solo decide di contribuire, dovrà pagare l'intero valore del bene pubblico, mentre se nessuno dei due decide di contribuire, allora G=0 e non vi sarà fornitura del bene pubblico.
Abbiamo visto che sostituendo il vincolo di bilancio nella funzione di utilità di un individuo possiamo esprimere il suo livello di utilità in funzione del bene pubblico e del reddito: $U^h\left(M^h{}_h - t_h G, G\right)$.
Tenendo conto che il reddito è una costante esogena possiamo scrivere:

[90] $$U^h = U^h\left(G, t_h\right)$$

Ipotizzando due individui, *A* e *B*, per ognuno sono possibili le quattro situazioni della tabella 1

Tabella 1: *Il dilemma del prigioniero: le quattro possibili situazioni*

	Individuo A	*Individuo B*
a) contribuisce solo *A*	$U^A\left(\overline{G},1\right)=1$	$U^B\left(\overline{G},0\right)=4$
b) contribuisce solo *B*	$U^A\left(\overline{G},0\right)=4$	$U^B\left(\overline{G},1\right)=1$
c) contribuiscono *A* e *B*	$U^A\left(\overline{G},1/2\right)=3$	$U^B\left(\overline{G},1/2\right)=3$
d) nessuno contribuisce	$U^A\left(0,0\right)=2$	$U^B\left(0,0\right)=2$

Per completare il quadro occorre definire un ordinamento di preferenza individuale delle quattro situazioni. Per *A*, ipotizziamo che il livello di utilità più elevato sia ottenuto nella situazione *b*, in cui solo l'altro individuo contribuisce. Seguono, in ordine, la situazione *c* in cui la spesa viene divisa a metà, e la situazione *d* in cui nessuno contribuisce e non viene fornito il bene pubblico. La situazione peggiore risulta la *a*, quella in cui l'individuo contribuisce da solo alla fornitura di tutto il bene pubblico:

[91] $$b > c > d > a$$

Per *B* le stesse ipotesi portano a preferire *a*, poi *c*, poi *d* e per ultimo *b*:

[92] $$b > c > d > a$$

Riassumendo, per il generico individuo *h*:

[93] $$U^h\left(\overline{G},0\right) > U^h\left(\overline{G},1/2\right) > U^h\left(0,0\right) > U^h\left(\overline{G},1\right)$$

Nella tabella 1 e sono stati assegnati dei livelli arbitrari di utilità che rispettano l'ordinamento ipotizzato delle quattro situazioni possibili. Tali valori sono puramente esemplificativi: ci basta, in questo caso, solo rispettare l'ordinamento di preferenza tra le quattro situazioni possibili, quindi ci basta una funzione di utilità ordinale. Per questo motivo l'ordinamento 4>3>2>1 va bene tanto quanto, ad esempio, 1000>1>-11>-100.
Secondo lo schema della teoria dei giochi, possiamo riassumere le azioni dei due individui e i livelli di utilità che ne derivano nella seguente matrice, detta *matrice dei pagamenti*:

Tabella 2: *Il dilemma del prigioniero: matrice dei pagamenti*

	B non contribuisce	*B contribuisce*	Valori minimi per *A*
A non contribuisce	*d* 2 2	*b* 4 1	2
A contribuisce	*a* 1 4	*c* 3 3	1
Valori minimi per *B*	2	1	

In ogni casella della matrice dei pagamenti, il numero in alto a sinistra rappresenta il livello di utilità per l'individuo *A*, mentre il numero in basso a destra è il livello di utilità raggiunto da *B*.
Per trovare l'azione migliore per ciascuno dei due individui cerchiamo di capire qual è l'azione che assicura l'utilità più elevata anche nel caso più sfortunato (*strategia maximin*). Calcoliamo il valore dell'utilità più basso che *A* può raggiungere in corrispondenza a ciascuna delle sue azioni:

- se *A* decide di non contribuire, la cosa peggiore che gli può capitare è che anche *B* decida di non contribuire (caso *d*), per cui U^A=2;
- se *A* decide di contribuire, la cosa peggiore che gli può capitare è che contemporaneamente *B* decida di non contribuire (caso *a*), per cui U^A=1.

L'ultima colonna della tabella 2 mostra il valore minimo dell'utilità di *A* in corrispondenza a ciascuna delle sue scelte. La decisione migliore per *A*, a questo punto, è assicurarsi il valore maggiore di utilità tra i valori minimi associati a ciascuna scelta. Tale valore per *A* è 2, associato alla scelta di *non contribuire*.
Qualsiasi sia l'azione di *B*, all'individuo *A* conviene sempre non contribuire. Non sapendo in anticipo quale sarà l'azione di *B*, *non contribuire* è la strategia migliore (*dominante*).
Anche per l'individuo *B*, per simmetria, si può ripetere il ragionamento e trovare che *non contribuire* è la strategia dominante. L'ultima riga della tabella 2 mostra i valori minimi di utilità associati a ciascuna scelta di *B*. Il valore massimo è 2 in relazione all'azione *non contribuire*.
Riassumendo:

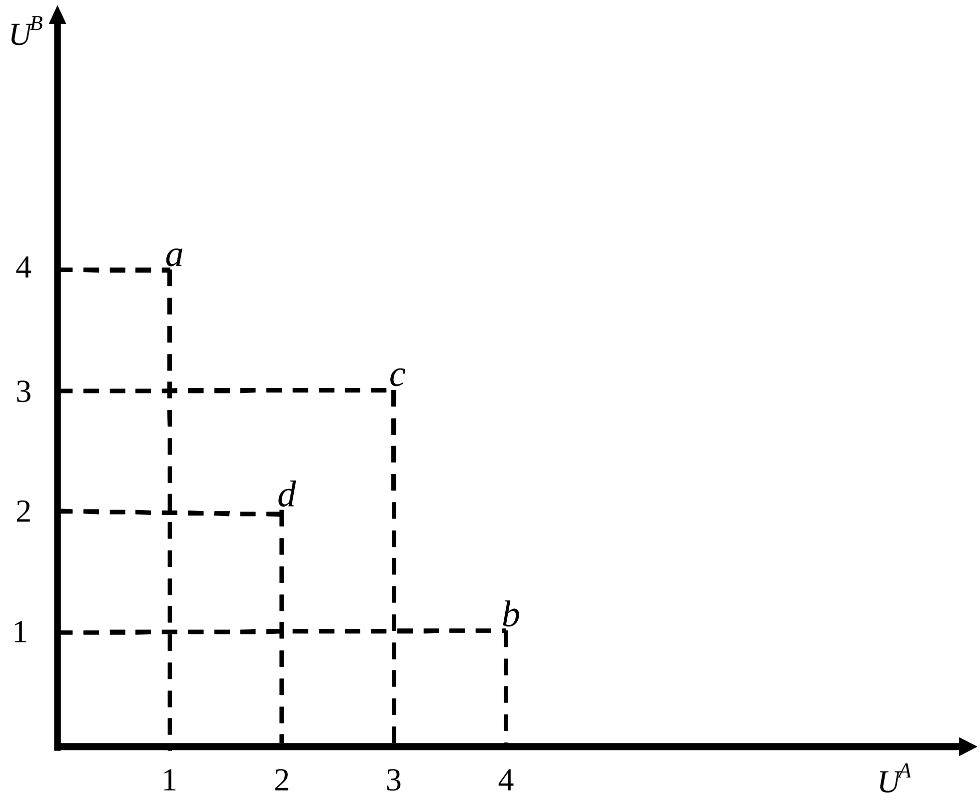
- *qualsiasi cosa faccia B, ad A conviene non contribuire;*
- *qualsiasi cosa faccia A, a B conviene non contribuire.*

Se entrambi non contribuiscono, allora il risultato sarà la combinazione *d* con assenza di bene pubblico, cosicché i due individui deriveranno tutta l'utilità dal consumo del solo bene privato $x_h = M^h$.
E' da notare che questo risultato dipende in modo cruciale dall'ordinamento di preferenza ipotizzato. Con altri ordinamenti la soluzione potrebbe essere diversa. Resta importante, comunque, aver dimostrato che esiste una configurazione delle preferenze individuali che porta all'assenza di beni pubblici.

L'inefficienza della soluzione del dilemma del prigioniero

E' facile verificare che questa soluzione non è la migliore possibile. Le due situazioni in cui uno dei due contribuisce e l'altro non contribuisce non sono confrontabili nel senso di Pareto con la soluzione trovata: infatti uno dei due guadagna e l'altro perde. La situazione in cui tutti e due contribuiscono, però, è sicuramente più efficiente secondo Pareto, in quanto tutti e due risulterebbero avvantaggiati se il livello di utilità fosse 3 al posto di 2.
La figura 13 mostra mette in relazione le utilità di *A* e di *B* nelle quattro situazioni. E' evidente che il punto *c* domina secondo Pareto il punto *d*.
Questo modello predice, quindi, *un completo free riding* da parte degli individui. Comportandosi razionalmente arrivano a privarsi del bene pubblico che porterebbe vantaggi a tutti. Si noti che la mancata contribuzione al bene pubblico non nasce da una particolare predisposizione alla disonestà, piuttosto è la presenza di incertezza e la mancanza di fiducia a generare il risultato.

Figura 13 – *Inefficienza della soluzione del dilemma del prigioniero*



2.6 Scelte sociali ottime di first best con beni pubblici puri

I modelli con beni pubblici fin qui presentati riguardano sempre soluzioni in cui gli individui sono lasciati liberi di decidere l'azione migliore (date le dotazioni iniziali) e le diverse soluzioni derivano dalle ipotesi sul comportamento degli individui.
In ogni caso la soluzione è sempre lasciata al meccanismo basato su decisioni decentrate del mercato concorrenziale. Un caso diverso è quello ora affrontato, poich ipotizziamo un meccanismo diverso di allocazione delle risorse: la massimizzazione del benessere sociale in presenza di beni pubblici. Questo modello, proposto da Samuelson nel 1954 è l'analogo dei modelli di scelte ottime sociali, con in più l'introduzione dei beni pubblici. La volontà dei cittadini di contribuire è sostituita qui dall'esistenza di un organismo sovra-individuale che decide contemporaneamente la redistribuzione delle risorse, la contribuzione di ciascuno e il livello ottimo di bene pubblico. Per riuscire nell'intento, tale stato pianificatore deve conoscere la funzione del benessere sociale, le preferenze dei cittadini e i loro vincoli di bilancio.
Non è per cercare un'aderenza alla realtà che tali modelli sono stati sviluppati, ma per mettere in luce le soluzioni ottimali nei vari contesti e le ipotesi che sono necessarie per ottenerle. La mancanza di qualche elemento tra quelli previsti rende non raggiungibile la soluzione ottimale.
Il modello di Samuelson viene presentato in due versioni: quella che presuppone un'economia di solo scambio e quella con produzione e scambio.

Il modello di Samuelson: economia di scambio

Come nei modelli precedenti ipotizziamo una collettività composta dai due individui *A* e *B* dotati di funzioni di utilità $U^h(x_h, G)$ e di redditi M^h. Ipotizziamo, inoltre, la possibilità di redistribuire senza costi le risorse iniziali mediante tasse e sussidi. Il bene pubblico viene finanziato mediante imposte personali T^h, per cui il vincolo di bilancio dell'individuo *h* prende la forma:

[94] $$M^h = x_h + T^h$$

in cui il prezzo del bene privato è pari all'unità.
Lo stato si incarica di massimizzare il benessere sociale rappresentato dalla funzione del benessere sociale welfarista:

[95] $$W(U^A, U^B)$$

sotto il vincolo delle risorse disponibili:

[96] $$M^A + M^B = x_A + x_B + T^A + T^B$$

e del bilancio pubblico in pareggio:

[97] $$G = T^A + T^B$$

Riassumendo, il compito dello stato si riassume nella massimizzazione:

[98] $$\max_{x_A, x_B, G} L = W\left(U^A, U^B\right) + \lambda\left[M^A + M^B - x_A - x_B - G\right]$$

Le condizioni del primo ordine per un massimo sono:

[99] $$W_A U_{Ax} - \lambda = 0$$

[100] $$W_B U_{Bx} - \lambda = 0$$

[101] $$W_A U_{AG} + W_B U_{BG} - \lambda = 0$$

in cui $W_h = \partial W / \partial U^h$, $U_{hx} = \partial U^h / \partial x_h$ e $U_{hG} = \partial U^h / \partial G$.

Dal rapporto tra la prima e la seconda condizione otteniamo la *condizione di equità interpersonale*:

[102] $$W_A U_{Ax} = W_B U_{Bx}$$

Dividendo, poi, la terza condizione di ottimo per la prima e tenendo presente la condizione di equità interpersonale si ottiene:

[103] $$\frac{W_A U_{AG}}{W_A U_{Ax}} + \frac{W_B U_{BG}}{W_B U_{Bx}} = \frac{\lambda}{\lambda}$$

da cui, semplificando:

[104] $$\frac{U_{AG}}{U_{Ax}} + \frac{U_{BG}}{U_{Bx}} = 1$$

o, ricordando che $SMS^h_{x,G} = -U_{hG} / U_{hx}$:

[105] $$-\left[SMS^A_{x,G} + SMS^B_{x,G}\right] = 1$$

La condizione ottenuta viene detta *condizione di Samuelson* per l'ottima fornitura di beni pubblici.
La condizione di Samuelson indica che la somma dei saggi marginali di sostituzione tra bene pubblico e privato deve essere pari ad uno, cioè al prezzo relativo dei due beni che per ipotesi abbiamo posto pari all'unità. Alternativamente, come si è visto nel paragrafo 2.2 e per il modello di Lindhal, la condizione significa che ogni euro di costo di bene pubblico deve essere ripartito tra gli individui a seconda della loro volontà marginale a pagare.
La soluzione del modello di Samuelson è un punto ottimo secondo Pareto, in quanto abbiamo ottenuto la stessa condizione del modello di Lindhal. La presenza, inoltre, della condizione di equità interpersonale indica che una parte delle imposte viene utilizzata per redistribuire le risorse iniziali, come avviene nel modello di sola redistribuzione dei redditi.

Il modello di Samuelson: economia di produzione e scambio

Il modello di Samuelson può essere esteso ad una economia con produzione e scambio. Consideriamo ancora una collettività composta dai due individui *A* e *B* dotati di funzioni di utilità $U^h\left(x_1^h, x_2^h, Y\right)$ definita sulle quantità di due beni privati, x_1^h e x_2^h , e di un bene pubblico *Y*. I beni privati e il bene pubblico possono essere prodotti secondo una tecnologia rappresentata dalla frontiera di trasformazione:

[106] $$T\left(x_1, x_2, Y\right) = 0$$

in cui sono date le dotazioni iniziali di lavoro, e:

[107] $$x_1 = x_1^A + x_1^B$$

[108] $$x_2 = x_2^A + x_2^B$$

Lo stato si trova quindi a massimizzare la funzione del benessere sociale $W\left(U^A, U^B\right)$ sotto il vincolo della producibilità dei beni:

[109] $$\max_{x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B, Y} L = W\left(U^A, U^B\right) + \lambda T\left(x_1, x_2, Y\right)$$

Le condizioni del primo ordine per un massimo sono:

[110] $$W_A U_{A1} - \lambda T_1 = 0$$

[111] $$W_A U_{A2} - \lambda T_2 = 0$$

[112] $$W_B U_{B1} - \lambda T_1 = 0$$

[113] $$W_B U_{B2} - \lambda T_2 = 0$$

[114] $$W_A U_{AY} + W_B U_{BY} - \lambda T_Y = 0$$

in cui $T_i = \partial T / \partial x_i$ e $T_Y = \partial T / \partial Y$.

Come nel caso di scelte sociali ottime in una economia con produzione e scambio in assenza di beni pubblici, dalle prime quattro condizioni otteniamo l'eguaglianza tra i saggi marginali di sostituzione e di trasformazione:

[115] $$SMS_{1,2}^A = SMS_{1,2}^B = SMT_{1,2}$$

e la condizione di equità interpersonale espressa in termini dei due beni privati:

[116] $$W_A U_{A1} = W_B U_{B1}$$

[117] $$W_A U_{A2} = W_B U_{B2}$$

Dividendo, poi, la quinta condizione di ottimo per la prima e tenendo presente la condizione di equità interpersonale otteniamo:

[118] $$\frac{W_A U_{AY}}{W_A U_{A1}} + \frac{W_B U_{BY}}{W_B U_{B1}} = \frac{\lambda T_Y}{\lambda T_1}$$

da cui, semplificando:

[119] $$\frac{U_{AY}}{U_{A1}} + \frac{U_{BY}}{U_{B1}} = \frac{T_Y}{T_1}$$

o, ricordando che $SMT_{1,Y} = -T_Y / T_1$:

[120] $$SMS^A_{1,Y} + SMS^B_{1,Y} = SMT_{1,Y}$$

Dividendo, invece, la quinta condizione per la seconda si ottiene la stessa condizione espressa in termini del secondo bene privato:

[121] $$SMS^A_{2,Y} + SMS^B_{2,Y} = SMT_{2,Y}$$

Ciascuna di queste ultime due espressioni rappresenta la condizione di Samuelson in presenza di produzione e scambio. Dall'analisi precedente sappiamo che l'eguaglianza dei saggi marginali di sostituzione ai saggi marginali di trasformazione è la condizione che rende ottima secondo Pareto la soluzione trovata. La condizione di equità interpersonale ci informa che è in atto una redistribuzione delle risorse iniziali tra gli individui. L'ultima condizione di ottimalità di Samuelson indica che la somma dei saggi marginali di sostituzione tra un bene privato e il bene pubblico deve essere pari al saggio marginale di trasformazione ed in presenza di produzione dei beni.

Illustrazione grafica del modello di Samuelson

Per illustrare graficamente quanto è stato appena derivato analiticamente, semplifichiamo l'analisi ipotizzando l'esistenza di un solo bene privato *x*.

Nella figura 14 è rappresentata nello spazio (x,Y) la frontiera di trasformazione $T(x,Y)$ e una qualsiasi curva di indifferenza U^A per l'individuo *A*. La distanza verticale tra le due curve indica quanto rimane per il consumo di bene privato all'individuo *B*, mentre il consumo di bene pubblico, ovviamente, è uguale per tutti e due.

La *curva delle possibilità residuali di consumo* per *B*, data la curva di indifferenza di *A*, è rappresentata nella figura 15 dalla curva *HEL*. Su questa curva residuale l'individuo *B* può scegliere il punto di ottimo, *E*, mediante la tangenza della curva di indifferenza di indice più elevato, U^B.

Si noti che la pendenza della curva di trasformazione è pari al saggio marginale di trasformazione, mentre la pendenza della curva di indifferenza di *A* è pari al suo saggio marginale di sostituzione. Inoltre, poiché la curva del consumo residuale di *B* è ottenuta per differenza tra la curva di trasformazione e la curva di indifferenza di *A*, il saggio marginale di sostituzione di *B* sarà pari, nel punto *E*, alla differenza tra le pendenze delle due curve e quindi alla differenza tra il saggio marginale di trasformazione e il saggio marginale di sostituzione di *A*.

Ripetendo l'operazione per tutti i possibili livelli di utilità dell'individuo A si ottengono tutte le coppie (U^A, U^B) che hanno la caratteristica di soddisfare i seguenti requisiti:

a) le quantità consumate sono producibili;
b) l'utilità di un individuo non può essere aumentata senza danneggiare l'altro, quindi siamo in presenza di punti di ottimo paretiano;
c) la somma dei saggi marginali di sostituzione dei due individui è pari al saggio marginale di trasformazione.

Possiamo quindi utilizzare le coppie di livelli di utilità (U^A, U^B) per costruire una frontiera delle possibilità di utilità che rispetti i vincoli del problema di massimo benessere sociale del modello di Samuelson (figura 16). A questo punto, tra tutti i punti ottimi secondo Pareto della curva delle possibilità costruita in presenza del bene pubblico, la curva di indifferenza sociale di indice più elevato sceglie il punto *F* che rappresenta la soluzione del modello. Procedendo a ritroso dalla figura 16 i livelli di utilità indicati dal punto *F* identificano nelle figure 14 e 15 le curve di indifferenza dei due individui e quindi i livelli di consumo dei beni.

Figura 14 – *Funzione di trasformazione e curva di indifferenza dell'individuo A*

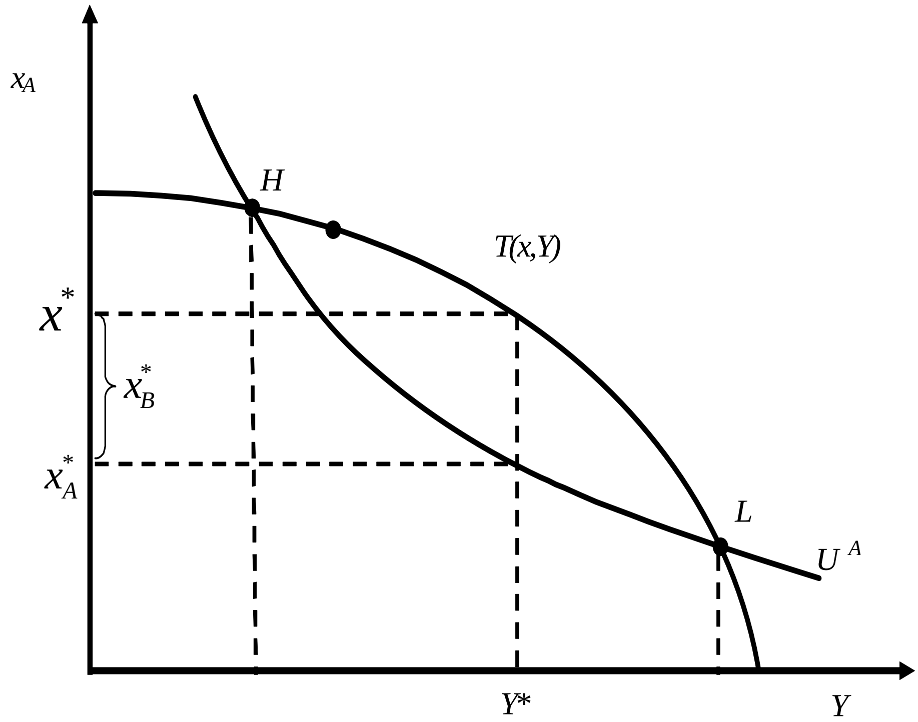


Figura 15 – *Curva delle possibilità residuali di consumo e scelta ottima dell'individuo B*

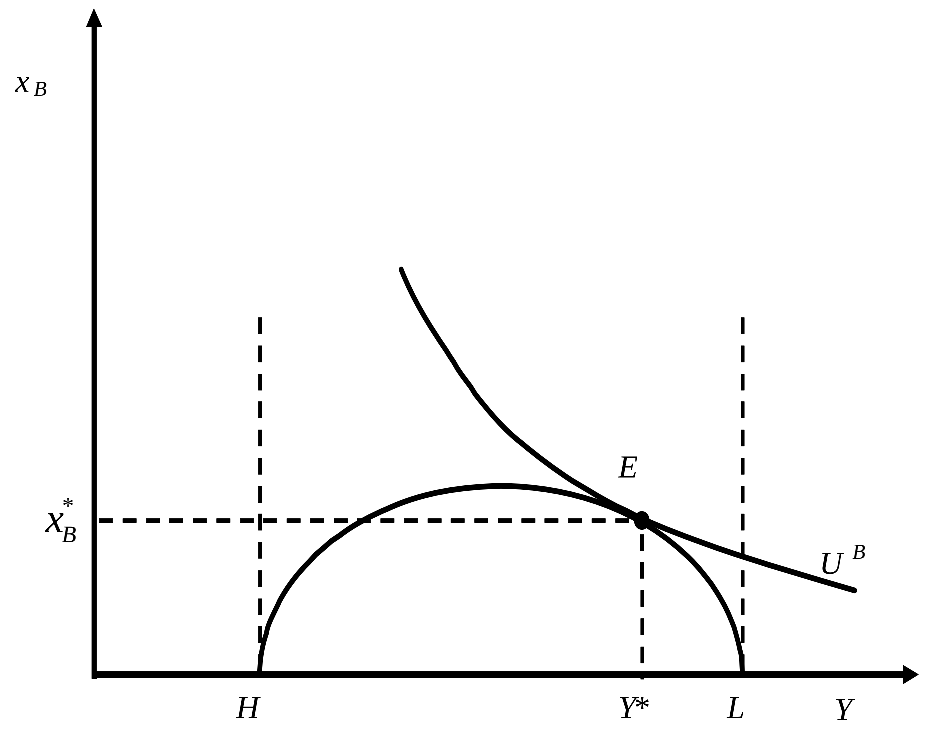


Figura 16 – *Modello di Samuelson. Curva delle possibilità di utilità e scelta sociale ottima*